

LA GEOMETRÍA CON NÚMEROS

A veces las ideas que transforman profundamente las ciencias son tan sencillas que con la vista puesta en el pasado sólo se puede exclamar: "¡Es imposible que no se le ocurriera antes a nadie!" Una de esas ideas revolucionarias es la incorporación de un sistema de coordenadas para estudiar la Geometría. Aunque algunos matemáticos griegos como Apolonio de Pérgamo o Ptolomeo de Alejandría intuyeron de algún modo esta posibilidad, hubo que esperar al fecundo siglo XVII para que se hiciera realidad. Ésta es su historia.

por Lolita Brain

LOS CREADORES



RENÉ DESCARTES
(1596-1650)

A dos gigantes de la matemática, y no sólo de ella, debemos la creación de la que con el tiempo pasó a llamarse Geometría Analítica y Geometría Algebraica. Ellos son nada menos que el filósofo racionalista por antonomasia, Descartes, y el irrepitible matemático enamorado de los números, Fermat, del que recordaremos tan sólo su famoso 'Tercer Teorema', que trajo de cabeza a toda la matemática hasta hace unos pocos años, cuando se demostró su conjetura.



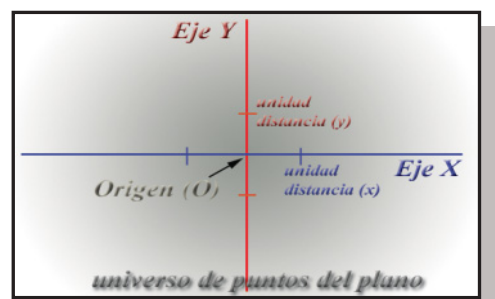
PIERRE DE FERMAT
(1601-1665)

¿QUÉ INVENTARON DESCARTES Y FERMAT?

Independientemente, ambos dieron un salto cualitativo en la Geometría al comprender que era posible conocer las figuras geométricas estudiando los números y las ecuaciones. Hasta ellos, la Geometría era heredera de la tradición griega, y el Álgebra, de la matemática babilónica y árabe. Con ellos, ambos mundos, el de los números y el de las figuras, intimaron tanto que acabaron por ser la misma cosa.

SISTEMA DE COORDENADAS

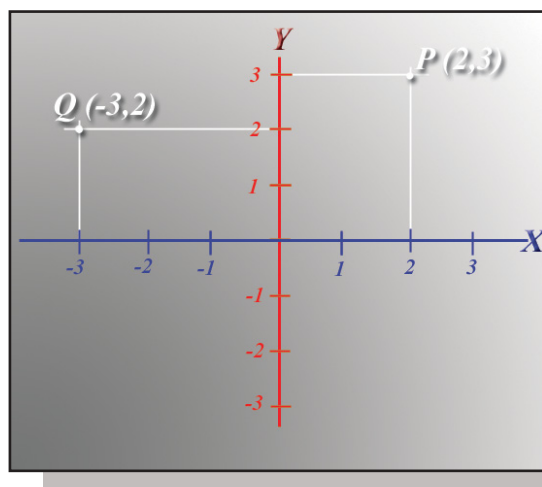
La idea elemental de Descartes y Fermat fue la siguiente. El plano está compuesto por un conjunto de puntos. Tracemos un par de rectas perpendiculares que se cortarán en un punto que llamaremos origen (O). Llamemos a una de las rectas eje de abscisas (X) y a la otra, eje de ordenadas (Y). Por último, tomemos una unidad de distancia sobre cada uno de estos ejes. Ya tenemos un sistema cartesiano de coordenadas.



¿CÓMO SE UTILIZAN?

Hecho esto, cada punto P del plano, una entidad geométrica, queda asociado a una pareja de números, una entidad algebraica: sus coordenadas cartesianas.

Para ello, se trazan paralelas a los ejes OX y OY que cortan en los puntos R y S a cada uno de ellos. La distancia que separa a R del origen O es la coordenada X (o abscisa de P) y la correspondiente distancia de S al origen, su coordenada Y (u ordenada).



Si observas el diagrama, el punto P se corresponde con la pareja de puntos $(2,3)$, mientras que el punto Q está en correspondencia con la pareja $(-3, 2)$. A partir de estos supuestos, las acciones geométricas con ellos se realizan a través de operaciones con las parejas de números $(2,3)$ y $(-3,2)$.



MAPA DE LA TIERRA, DE PTOLOMEO DE ALEJANDRÍA.

ANTECEDENTES

Si hemos de buscar antecedentes históricos a los sistemas de coordenadas, debemos recordar a Apolonio de Pérgamo, que en su estudio de las secciones cónicas intuye el uso de números para suplir

a puntos. Y por supuesto, no podemos olvidar al gran astrónomo Ptolomeo, que en su afán de crear un mapa de la Tierra utiliza ideas similares a las de Descartes y Fermat para posicionar puntos terrestres.

¿Y AHORA QUÉ HACEMOS?

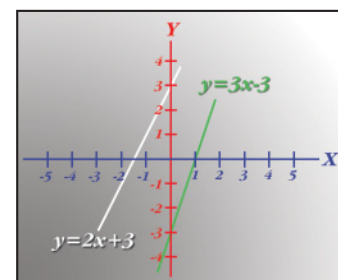
Una vez que tenemos definido el sistema de coordenadas, las figuras geométricas se convierten en ecuaciones con las incógnitas X e Y .

RECTAS

Estos elementos fundamentales de la Geometría se expresan a través de ecuaciones de primer grado.

$$y = 2x + 3$$

Esta ecuación representa a la recta que pasa por el punto $(0,3)$ y tiene una pendiente (inclinación) de 2.



$$y = 3x - 3$$

Esta otra ecuación representa a la recta que pasa por el punto $(0,-3)$ y tiene una pendiente de 3, mayor que la anterior.

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

Si resolvemos este sistema de ecuaciones como se hace en Álgebra, determinaremos el punto en el que se cortan las dos rectas, ¡sin necesidad de dibujar!