

LA MENTE DE BENJA

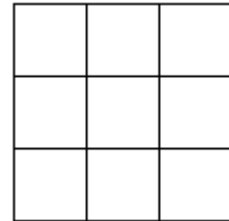
Cuadrados Mágicos de Orden Impar

Lic. William Aquino Ochoa

CUADRADOS MÁGICOS DE ORDEN IMPAR

Recuerdo que en las clases de Razonamiento Matemático, mi profesor dejó de tarea un problema; el nombre de este es el CUADRADO MÁGICO DE 3x3, y consiste en lo siguiente:

Se tiene los números del 1 al 9, es decir, {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, los cuales hay que ubicarlos en el cuadrado siguiente (un número en cada casillero), de tal manera que al sumar los números de cualquier fila, columna, o diagonal, el resultado siempre sea el mismo.



Al escribir y volver a leer el problema me dije: “entiendo por qué le dicen cuadrado, pues tiene tres casilleros por lado; pero, ¿por qué el nombre mágico?”. Pensé en muchas explicaciones:

Quizás sea porque sólo se debe escribir los números, en cualquier orden, y el problema se soluciona solo... si es así, el nombre es muy apropiado.

También puede ser porque su solución está fuera del alcance del razonamiento, y que se necesita saber un truco mágico para resolverlo... si es así, no lo resolveré, pues yo no soy mago.

Le comenté el problema a mi Papá y pedí su ayuda; “está bien” – me dijo – “te hare sugerencias y preguntas para ayudarte a razonar, nada más”. Claro que reclamé, pues quería resolverlo rápido, pero no aceptó mis reclamos. Entendí que no iba a cambiar de parecer, así que comenzamos a razonar y fue un momento espléndido, pues, no sólo aprendí a resolver un “cuadrado mágico”, sino muchos de ellos.

¿Quieres aprender tú también?... Sigue este diálogo.

Lo Que Debe Sumar Cada Columna, Fila O Diagonal.

PAPÁ

A ver... creo que lo primero es averiguar cuál debe ser la suma que se repite. Dime... ¿cuál debe ser?

BENJA

No sé, ayúdame...

LA MENTE DE BENJA

PAPA

Si vas a sumar tres números en cada columna, fila o diagonal; la suma que se repite no debe ser $7+8+9$. Porque es un valor muy alto, ni tampoco debe ser $1+2+3$, porque es muy bajo; en ambos casos, será imposible repetirla.

BENJA

7	8	9	} suman 24 } Imposible encontrar } otros números que } sumen 24
?	?	?	
?	?	?	

1	2	3	} suman 6 } Imposible encontrar } otros números que } sumen 6
?	?	?	
?	?	?	

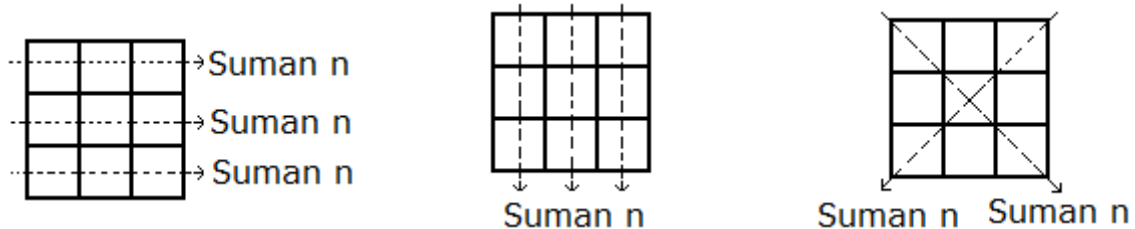
Pues tienes razón papá. Entonces la suma que se repite debe ser un número intermedio, digamos... el PROMEDIO. Y el promedio de 24 y 6 es 15.

PAPA

¿Podrías comprobarlo?

BENJA.

A ver... voy a suponer que ya están puestos los números en sus lugares correctos, y los números que están en cada columna, fila, o diagonal suman lo mismo.



Observando el primer caso sucedería que:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 3n$$

Hallar la suma de estos números va a ser un trabajo tedioso.

PAPA

Pero puedes hacerlo de una manera sencilla, observa y piensa.

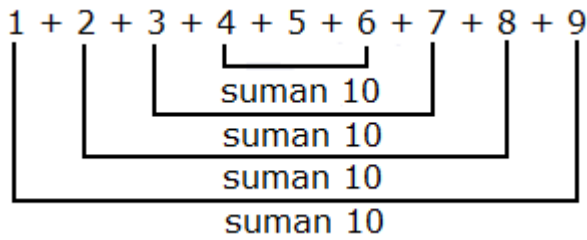
BENJA

¿Qué pasaría si junto números?

Veamos... el 1 con el 2... no observo nada que me pueda ayudar...

Pero si junto el 1 con el 9, el 2 con el 8... ¡Ya!, lo tengo.

LA MENTE DE BENJA



iListo!, la suma es 45, ahora tendría:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 3n$$

$$45 = 3n$$

$$45 \div 3 = n$$

$$15 = n$$

La suma en cada fila, columna o diagonal es 15.

PAPA

Excelente, te felicito

El Número Que Va En El Centro Del Cuadrado

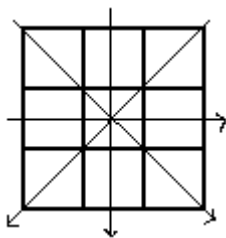
BENJA

Gracias. Ahora debo ubicar los números en el cuadrado mágico. ¿Tienes alguna sugerencia?

PAPA

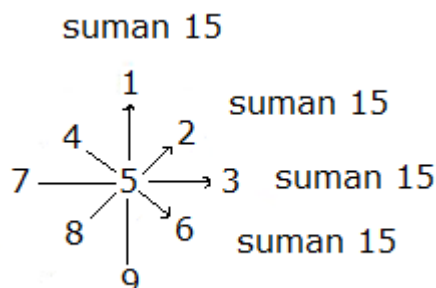
Piensa qué número debes poner en el centro del cuadrado.

BENJA



Veamos... el número que va en el centro se va a sumar en las diagonales y en la fila y columna central. Es decir, el número que va en el centro del cuadrado mágico, participa en cuatro tríos de números que suman 15.

Entonces, el número del centro es el número 5 porque participa en cuatro sumas que dan 15.



PAPÁ

Nuevamente te felicito, has llegado a otro buen resultado.

BENJA

Mi intuición me decía que el 5 va en el centro, porque es el promedio de los 9 números, es decir, es como el "número del equilibrio"; y el centro del cuadrado es el como el "lugar de equilibrio".

PAPÁ

Tu intuición es buena, te indica cuál es la probable respuesta; luego nuestro razonamiento se encarga de comprobar si nuestra intuición es la correcta.

Los Números Que Van En Las Esquinas

BENJA

He colocado con seguridad un número, aún me falta colocar ocho números más, creo que me demoraré más de lo que pensaba.

PAPÁ

Pero, tienes claridad en todo lo que has avanzado.

BENJA

Es verdad, pensemos cómo colocar los demás números... veamos... Si faltan colocar dos números más en la columna central, entonces debo colocar dos números que sumados sea 10, y según lo que escribí, los números que suman 10 serían: 1 y 9; 2 y 8; 3 y 7; 4 y 6.

Estos números los debo colocar alrededor del 5, el 1 oponiéndose al 9, el 2 al 8, etc., pues estos pares de números suman 10, y mas el 5 que está en medio, la suma sería 15.

PAPA

Ves que fácil está resultando este problema.

BENJA

¿Fácil?, esto está resultando duro... y aún no termino. Sigamos...

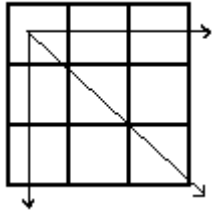
PAPÁ

Te daré una ayuda más. Piensa en los números que debes colocar en las esquinas.

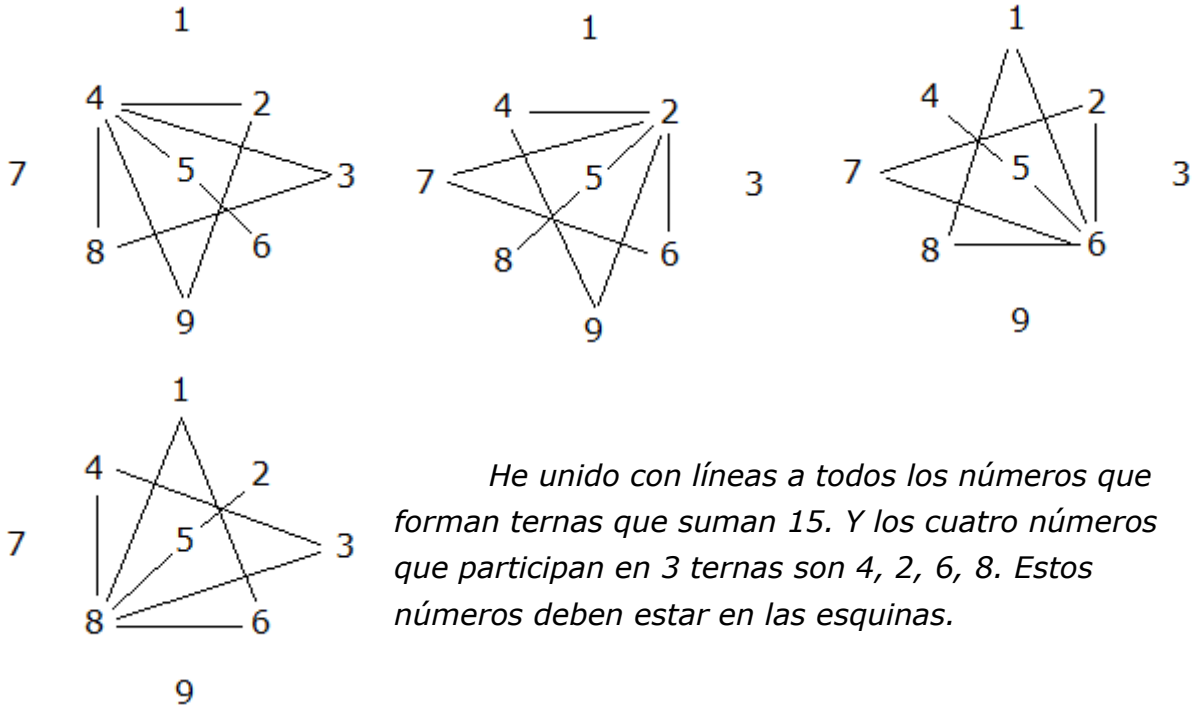
BENJA

Déjame dibujar.

LA MENTE DE BENJA



Ya sé... los números que van en las esquinas son los que participan en tres ternas de números que suman 15, esto quiere decir que debo encontrar cuatro números que participen en tres ternas de números que sumadas den 15. Creo que ya lo tengo



He unido con líneas a todos los números que forman ternas que suman 15. Y los cuatro números que participan en 3 ternas son 4, 2, 6, 8. Estos números deben estar en las esquinas.

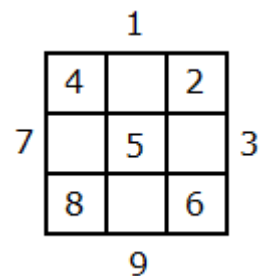
PAPÁ

Escribe lo que has avanzado de la solución.

BENJA

Voy a tomarlos como están dispuestos en mi gráfico:

Creo que ya tengo la solución



Finalizando el Cuadrado

PAPÁ

Entonces, puedes colocar con facilidad el resto de números.

BENJA

Veamos. Ya tenemos el 5 en el centro, el 4, 2, 8, y 6 en las esquinas...

Creo que si.

LA MENTE DE BENJA

	1			
	4		2	
7		5		3
	8		6	
			9	

Ahora el 7 debe estar en la misma columna que 2 y 6; y el 3 en la misma columna de 4 y 8.

Lo mismo sucede con el 9 que debe estar en la misma fila con 4 y 2; y el 1 que debe estar con el 8 y 6. Entonces el cuadrado mágico quedaría así:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

¿Está correcto papá?

PAPA

Si, y te felicito, haz hecho un buen trabajo; es más, creo que el procedimiento que has empleado te permitirá resolver un cuadrado mágico de 5×5 . ¿Te animas?

El Procedimiento

BENJA

Pero, yo sólo necesito resolver el cuadrado mágico de 3×3 .

PAPA

Sólo tienes que comprobar si el procedimiento también te permite hacer un cuadrado mágico de 5×5 ; es decir, tendrías que ubicar los números del 1 al 25 en un cuadrado de 5 casilleros por lado.

BENJA

Bueno, lo intentaré y si puedo obtener un cuadrado mágico de 5×5 mi profe se va a asombrar, y, con toda seguridad, me dará algunos puntos más.

PAPA

Yo lo haría. Ahora resuelve el cuadrado mágico de 5×5 . ¿Cuáles son los pasos para resolverlo? ¿Puedes describirlos?

BENJA

Por supuesto. No soy tan tonto.

PRIMERO. Debo saber cuánto debe sumar cada fila o columna.

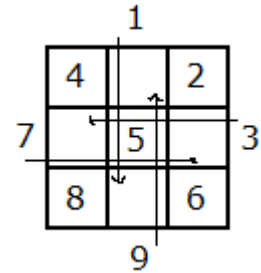
LA MENTE DE BENJA

SEGUNDO. Debo hallar (en este caso) quintetos que sumen el valor obtenido en el paso anterior. El número que participa en 4 quintetos va al centro, los que participan en 3 quintetos van en las esquinas.

TERCERO. Y finalmente se completa el cuadrado.

PAPÁ

Has resumido bien los pasos que hemos aplicado en el cuadrado mágico de 3x3 y lo has modificado para el cuadrado mágico de 5x5. Pero yo me refería a otro procedimiento que he observado. Te voy a dar una pista, está en este gráfico que hiciste.



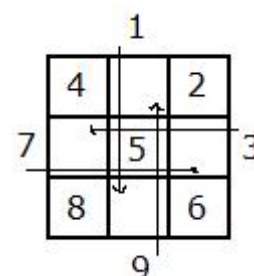
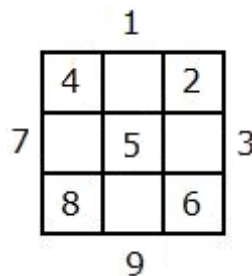
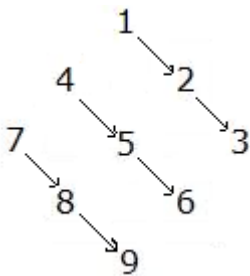
BENJA

Pues, no observo ningún procedimiento.

PAPÁ

Presta atención a la disposición de los números y cómo se forma el cuadrado.

BENJA



Los números se ubican de manera correlativa.

El cuadrado se ubica en el centro.

Y, finalmente, los números que quedaron fuera del cuadrado van a completar el casillero del lado opuesto.

Aplicando el Procedimiento en el Cuadrado Mágico de 5x5

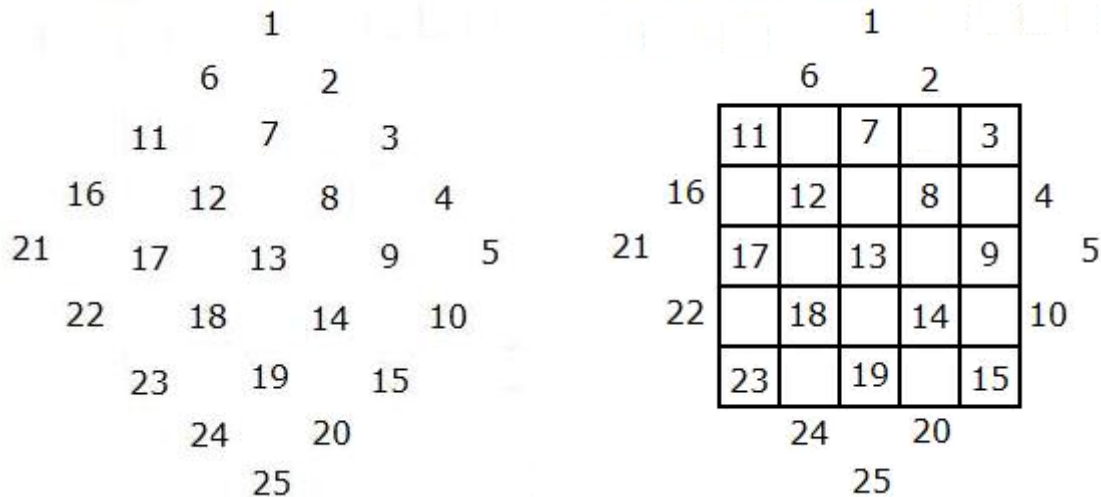
PAPÁ

Pues, a ese procedimiento me refería. ¿Crees que resulte en el cuadrado de 5x5?

BENJA

Veamos. Escribiré los números y dibujaré el cuadrado

LA MENTE DE BENJA



Finalmente los números que quedaron fuera del cuadrado van a ocupar los casilleros del lado opuesto.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

¿Estará correcto?

PAPÁ

Pues, Compruébalo

BENJA

¡Listo!. Si está correcto. Lo probaré.

Las diagonales, y la columna y fila central tienen al número 13 y juntando dos números de manera apropiada tenemos que suman 26, entonces: $2(26)+13 = 65$, en todos estos casos la suma es 65.

Y en las filas y columnas restantes la suma también es 65. ¡Si!

PAPÁ

Muy bien, has resuelto el problema que te encargaron, y más.

BENJA

Gracias.

Mi amigo lector puede resolver el cuadrado mágico de 7x7, 9x9, etc. Ahora... ¡a jugar Smash!

LA MENTE DE BENJA

Al día siguiente, el Profesor revisó la tarea e invitó a resolver, voluntariamente, el ejercicio en la pizarra. Salieron varios compañeros, entre ellos, yo. Expliqué paso a paso todo lo que aprendí. Mi profesor me felicitó y me calificó con 20.

Al terminar la sesión, me acerqué al profesor que estaba caminando a su siguiente clase, le agradecí por su felicitación, y le dije que me había gustado resolver el problema, pero que aún tenía una duda. Se detuvo, me miró como preocupado y preguntó: "¿Cuál es Benja?".

¿Por qué estos cuadrados se llaman "Mágicos" si no tienen nada de mágicos? – pregunté. Por la expresión de su rostro pienso que se sintió burlado, entonces me dijo: "Así que tienes tiempo para hacer chistecitos, para mañana me traes resuelto el Cuadrado Mágico de 4x4", y se fue a su clase.

Yo caminé a mi salón diciéndome: "¿Quién le habrá puesto este nombre?, y... ¿existirán triángulos, pentágonos, círculos y otras formas mágicas? Esta curiosidad me llevó a aprender algunos trucos, y a la vez encontrar otras figuras mágicas, las cuales están a continuación.

TRUQUITOS

Obtención de nuevos cuadrados mágicos

Sumando, restando, multiplicando o dividiendo por un número constante

Si sumamos o restamos un constante a cada número de un cuadrado mágico, obtenemos un nuevo cuadrado mágico.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 9 & 2 \\ \hline 3 & 5 & 7 \\ \hline 8 & 1 & 6 \\ \hline \end{array} + 1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 10 & 3 \\ \hline 4 & 6 & 8 \\ \hline 9 & 2 & 7 \\ \hline \end{array} \quad \left| \right. \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 10 & 3 \\ \hline 4 & 6 & 8 \\ \hline 9 & 2 & 7 \\ \hline \end{array} - 2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 8 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 6 \\ \hline 7 & 0 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Multiplicando o dividiendo por un número constante también podemos obtener un cuadrado mágico

LA MENTE DE BENJA

3	8	1
2	4	6
7	0	5

 $\cdot 6$

18	48	6
12	24	36
42	0	30

 $\div 3 =$

6	16	2
4	8	12
14	0	10

Intercambiando Filas y columnas simétricas

Veamos el caso de un cuadrado mágico de 5x5

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Tenemos la disposición de los números

11	24	7	20	3
10	18	1	14	22
17	5	13	21	9
4	12	25	8	16
23	6	19	2	15

Si intercambiamos la segunda y la cuarta fila del cuadrado anterior, observamos que sigue siendo mágico.

3	24	7	20	11
22	18	1	14	10
9	5	13	21	17
16	12	25	8	4
15	6	19	2	23

Y, si intercambiamos primera con la última columna del cuadrado anterior, conserva su cualidad de mágico.

Las filas o columnas que se intercambian de lugar, deben ser simétricas; de lo contrario no se obtendrá un nuevo cuadrado mágico.

Por ejemplo, si intercambiamos la primera con la cuarta columna, no se obtiene un cuadrado mágico, porque la suma de los números en las diagonales no es la misma. Compruébalo.

Nuevas Figuras Mágicas

Antes de presentarte nuevas formas mágicas, ejercítate hallando, en tu cuaderno, el cuadrado mágico de 7x7. Ubica los números del 1 hasta el 49 en los casilleros, de tal modo que, la suma de cada fila, columna y diagonal, resulte la misma. ¡Tú Puedes!

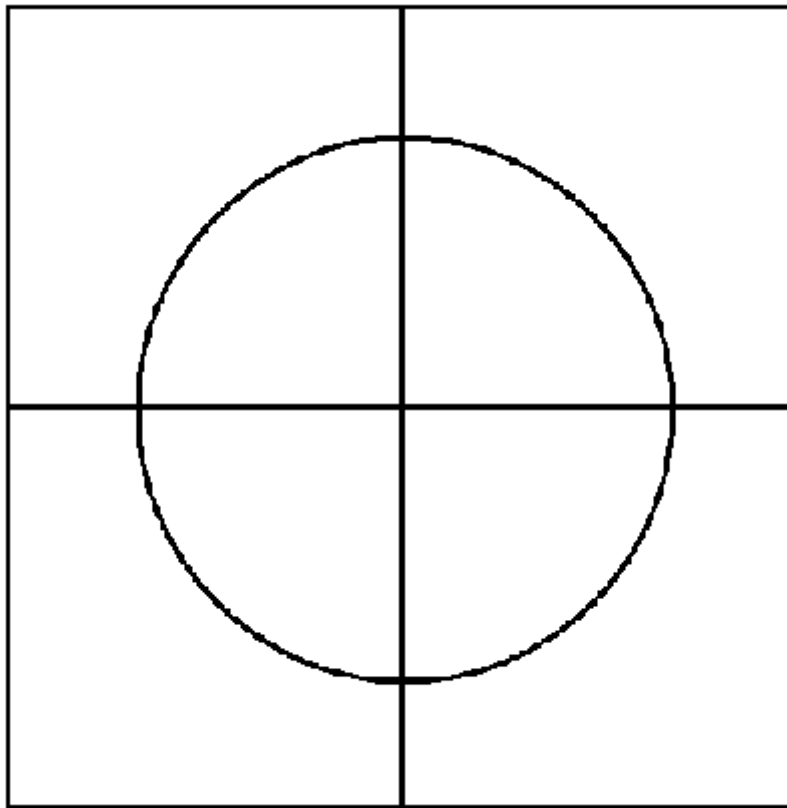
No sólo podemos diseñar cuadrados mágicos, sino también podemos inventar distintas figuras y formas que tengan la misma característica de los cuadrados mágicos.

En las siguientes páginas encontrarás distintos diseños que te resultará divertido resolverlos.

Diseño 1

Instrucciones:

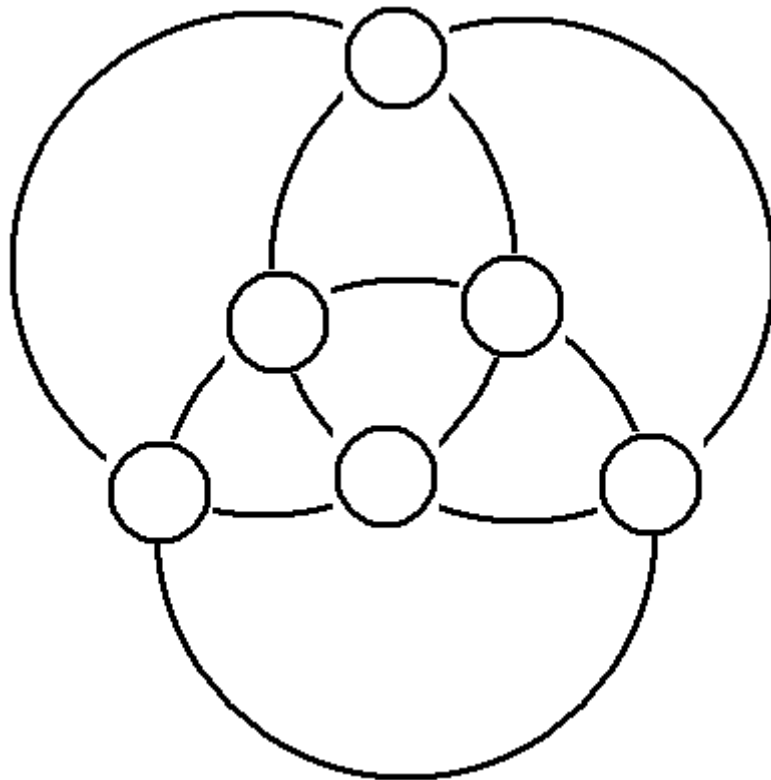
Escribe los números indicados en una de las zonas del siguiente gráfico, de manera que: la línea vertical separe a dos grupos de números que sumen 14 (cada grupo); la línea horizontal tenga la misma característica; los números que están dentro de la circunferencia y los que están fuera, también deben sumar 14.



0	1	2	3
4	5	6	7

Diseño 2

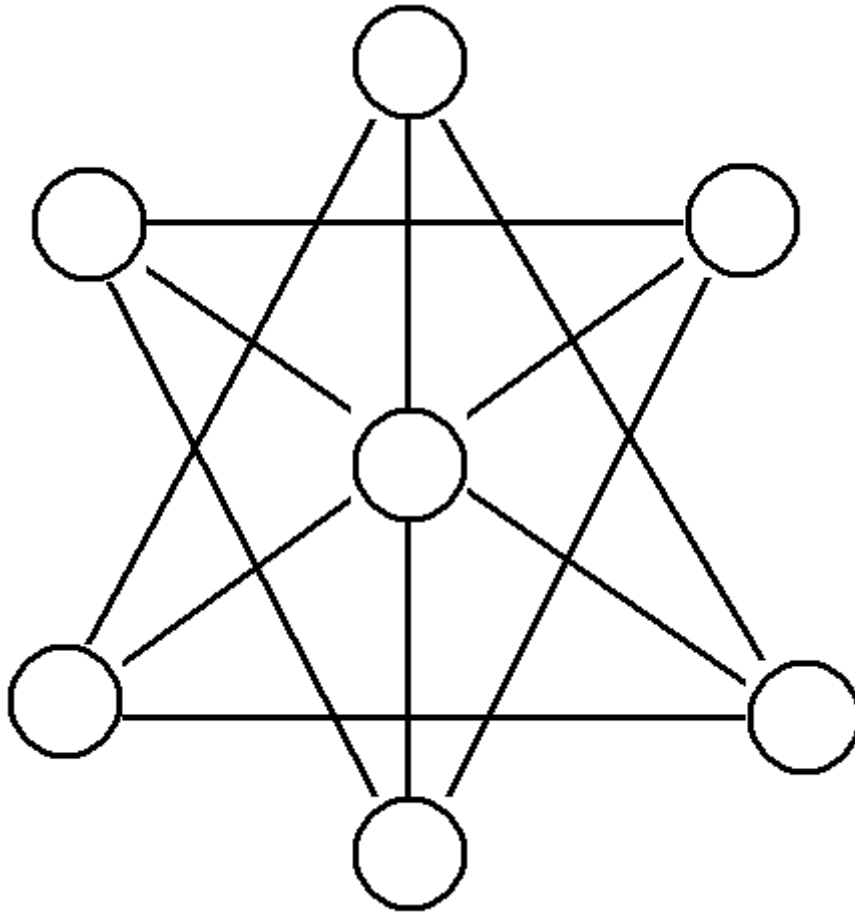
Ubica los números dados en las intersecciones de estas tres circunferencias, de manera que: la suma de los cuatro números de cada circunferencia sea 10.



0	1	2	3	4	5
---	---	---	---	---	---

Diseño 3

Ubica los números que se muestran en los lugares indicados, de tal modo que los tres números que se encuentran en los vértices de cada triángulo, así como los números que se encuentran en los tres segmentos que pasan por el centro, sumen 9.



0	1	2	3
---	---	---	---

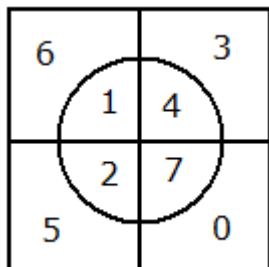
4	5	6
---	---	---

INDICE

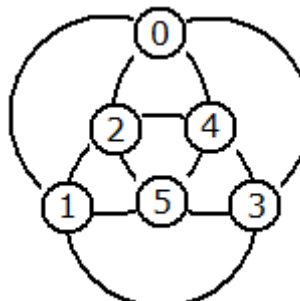
CUADRADOS MÁGICOS DE ORDEN IMPAR.....	2
Lo Que Debe Sumar Cada Columna, Fila O Diagonal.	2
El Número Que Va En El Centro Del Cuadrado.....	4
Los Números Que Van En Las Esquinas	5
Finalizando el Cuadrado	6
El Procedimiento	7
Aplicando el Procedimiento en el Cuadrado Mágico de 5x5.....	8
TRUQUITOS	10
Obtención de nuevos cuadrados mágicos	10
Sumando, restando, multiplicando o dividiendo por un número constante	10
Intercambiando Filas y columnas simétricas.....	11
Nuevas Figuras Mágicas	11
Diseño 1	12
Diseño 2	13
Diseño 3	14
INDICE.....	15
SOLUCIONARIO	16
DESPEDIDA.....	16

SOLUCIONARIO

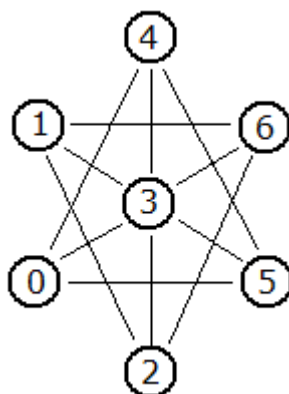
Solución al Diseño 1



Solución al diseño 2



Solución al diseño 3



DESPEDIDA

Si descubres una nueva forma mágica, envíamelo a mi correo williama8a@gmail.com. Gracias Amigo.

COLABORACIÓN:

Laboratorio Fotográfico
ZOOM COLOR DIGITAL

Av. Pinto. 1191
Tlf. (052) 952678678

I.E. MIGUEL PRO

Ciudad de Dios – Habitat s/n
Tlf. (052) 317116