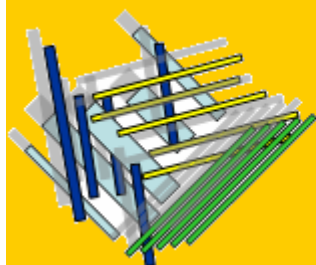


# La rana saltarina de Thales

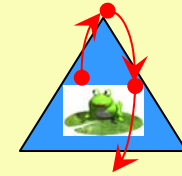


5

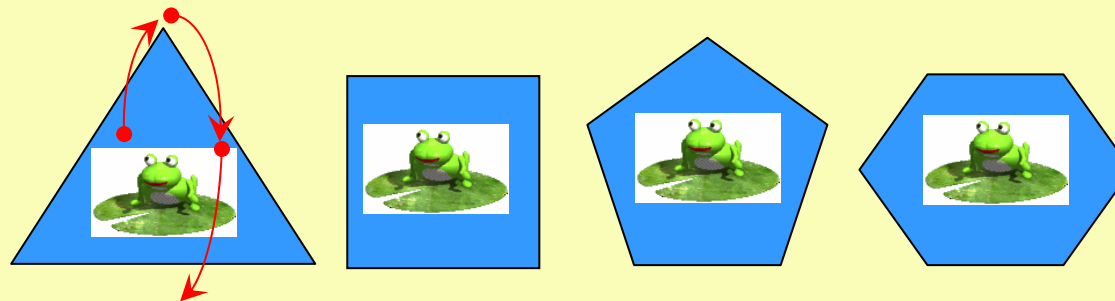
Aniversario

XXV Olimpiada Thales

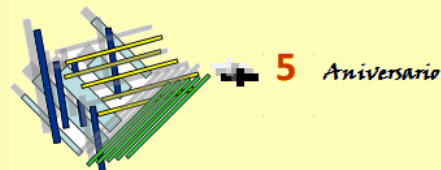
# LA RANA SALTARINA DE THALES



Thales tenía una rana saltarina y les planteó un juego a sus discípulos: Si la rana se encuentra en *el interior* de cada una de las figuras e intenta cruzar todos los lados de las mismas una y sólo una vez, terminando *fuera* de la figura, **¿en cuántas de esas figuras puede la rana trazar un itinerario de dentro a fuera?** Thales le demuestra a los amigos que la rana puede hacerlo en el caso del triángulo. **¿Puedes encontrar una regla general para otras figuras? Justifica las respuestas.**



Utilizando las mismas figuras geométricas que el caso anterior, *si la rana empieza y termina dentro de las figuras*, ¿podría cruzar todos los lados una y solo una vez? ¿Se podría encontrar análogamente una regla general como en el caso anterior? Justifica las respuestas.



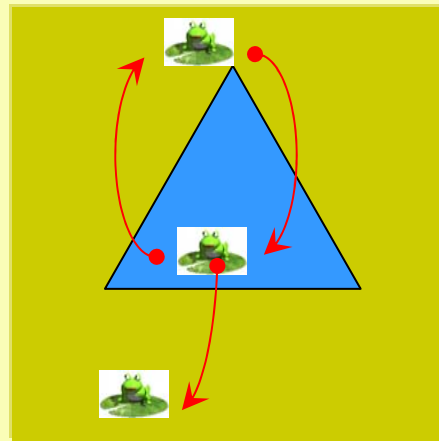
# Solución

¡Vayamos por parte para resolver el problema de la rana saltarina!

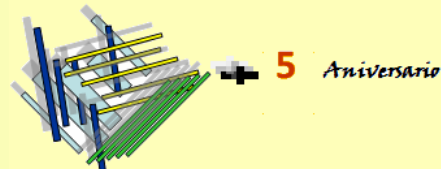
Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera

La rana empieza **dentro** y termina **fuera** pasando una sola vez por cada lado del triángulo



¿Cómo le demostró Thales a sus amigos que la rana puede hacerlo en el caso del triángulo?



# Solución

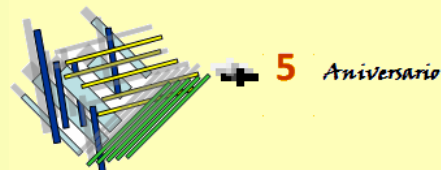
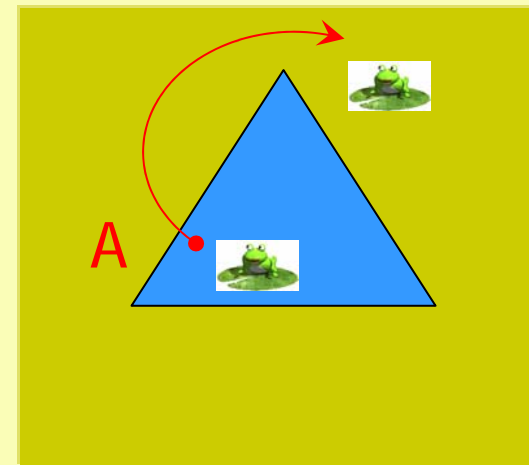
Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
triángulo

Llamemos **A** al primer punto de cruce donde la rana pasa de Dentro (D) a Fuera (F)

¡Ahora la rana está Fuera (F)!



# Solución

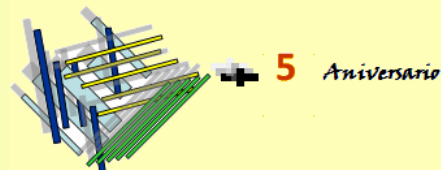
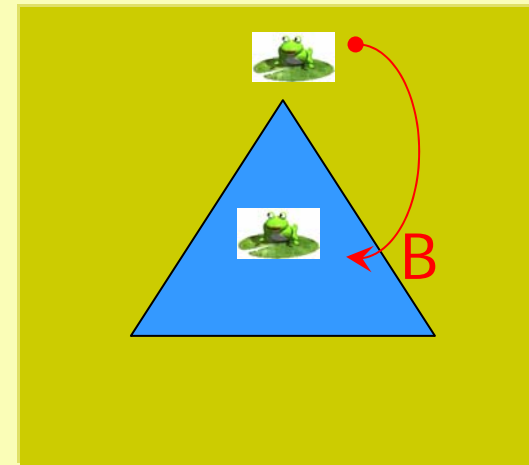
Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
triángulo

Llamemos **B** al segundo punto de cruce donde la rana pasa de Fuera (**F**) a Dentro (**D**)

¡De nuevo la rana está Dentro (**D**)!



# Solución

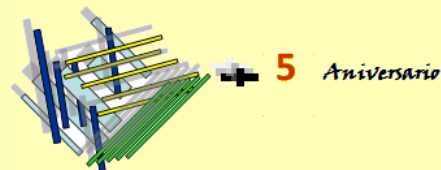
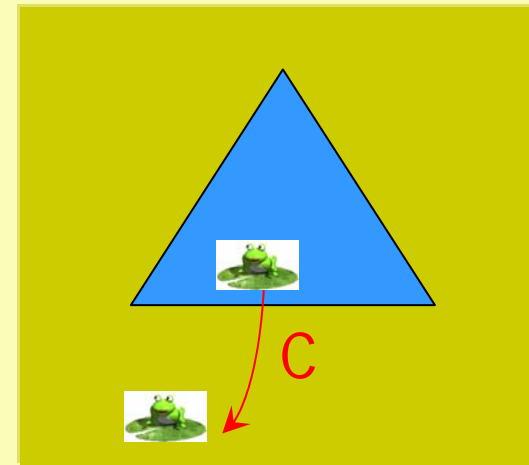
Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
triángulo

Si llamamos **C** al tercer punto de cruce donde la rana pasa de nuevo de Dentro (**D**) a Fuera (**F**)

¡Y con el nuevo salto la rana de nuevo está fuera!



# Solución

Parte 1

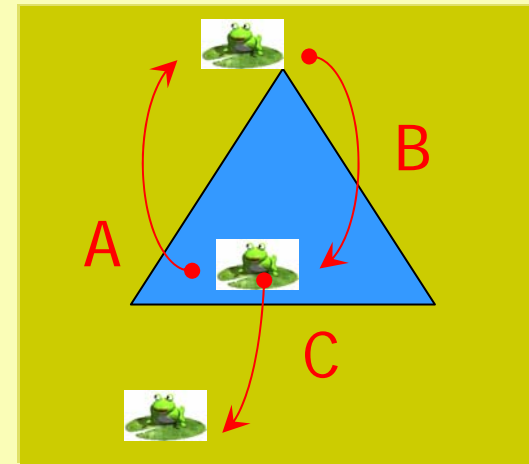
Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
triángulo

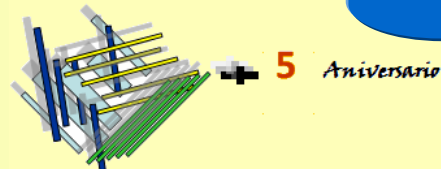
Por lo tanto en el caso del triángulo la rana puede trazar un itinerario de **dentro-a-fuera**, pasando **una y solo una vez** por los tres lados

En definitiva en el triángulo tenemos el itinerario

D\_F\_D\_F



Tenía razón  
Thales!



# Solución

Parte 1

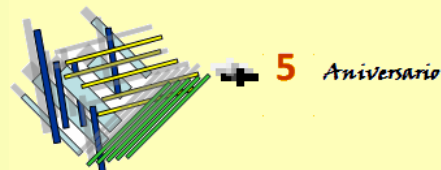
Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
triángulo

Seguimos con el cuadrado:

¿Sucederá lo mismo que con el triángulo?

¿Se podrá trazar un itinerario de dentro a fuera pasando **una sola vez** por cada lado del cuadrado?



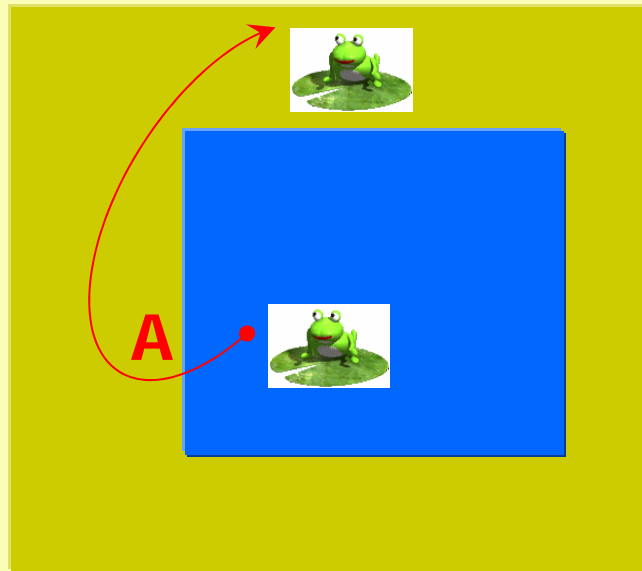


# Solución

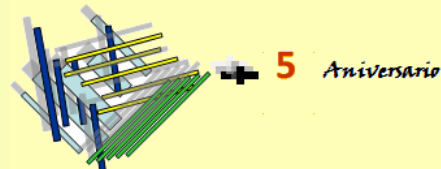
Caso  
del  
cuadrado

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

Veamos la secuencia del itinerario de dentro a fuera de forma análoga con el cuadrado:



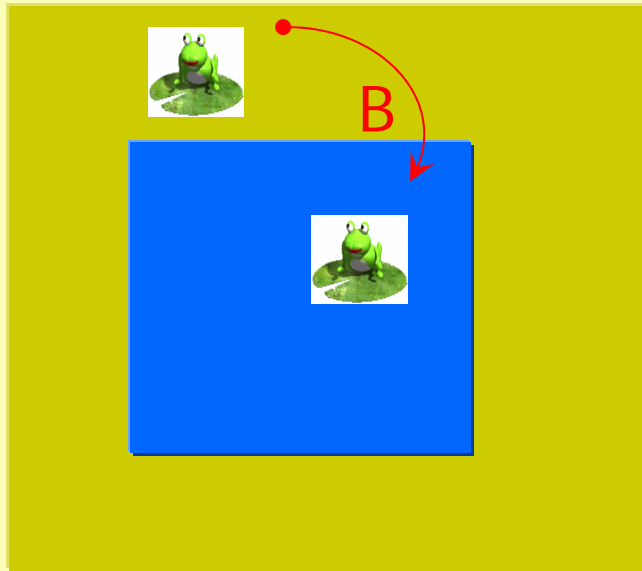
Llamemos **A** al primer punto de cruce donde la rana pasa de Dentro (**D**) a Fuera (**F**)



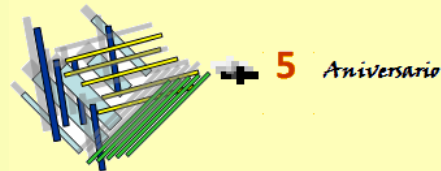
# Solución

Caso  
del  
cuadrado

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera



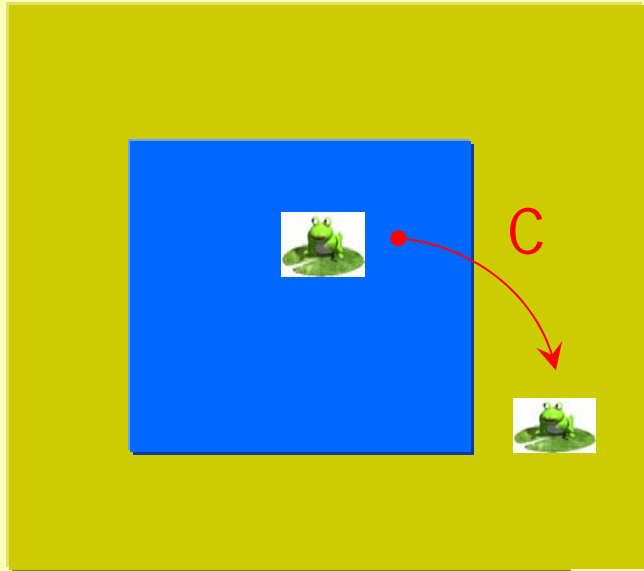
Llamemos **B** al segundo punto de cruce donde la rana pasa de Fuera (**F**) a Dentro (**D**)



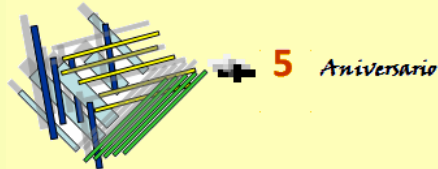
# Solución

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
cuadrado



Llamemos **C** al tercer punto de cruce donde la rana pasa de Dentro (**D**) a Fuera (**F**)

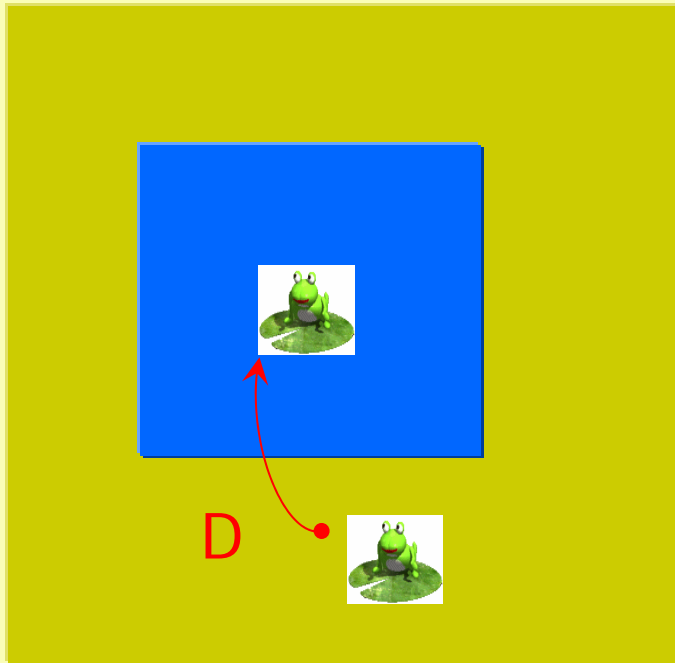


# Solución

Parte 1

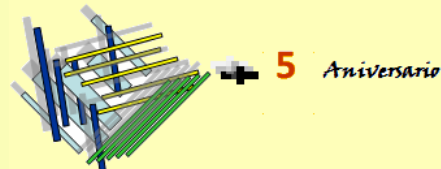
Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
cuadrado



Llamemos **D** al cuarto punto de cruce donde la rana pasa de Fuera (**F**) a Dentro (**D**)

¡Y con el nuevo salto la rana de nuevo está Dentro (**D**)!



# Solución

Parte 1

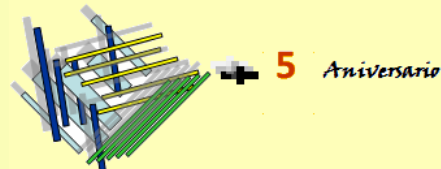
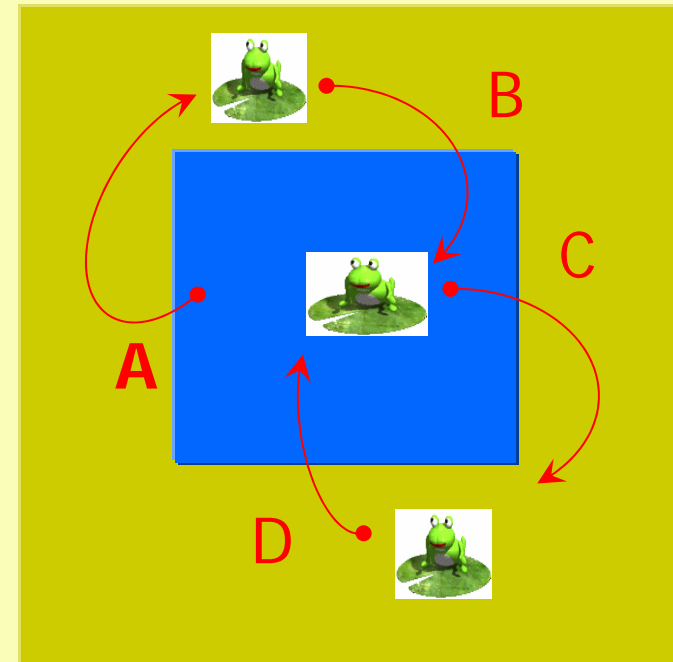
Itinerario: Dentro-Fuera

Caso  
del  
cuadrado

Por lo tanto, en el caso del cuadrado la rana no puede trazar un itinerario de **dentro-a-fuera**, pasando **una y solo una vez** por los cuatro lados

En definitiva, en el cuadrado tenemos el itinerario

D\_F\_D\_F\_D

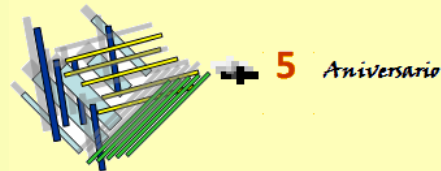
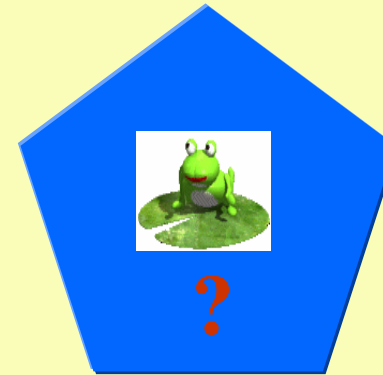


# Solución

Caso del pentágono

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

¿Qué pasará con el pentágono?  
¿Se podrá trazar un itinerario de dentro a fuera pasando una sola vez por cada lado del pentágono?

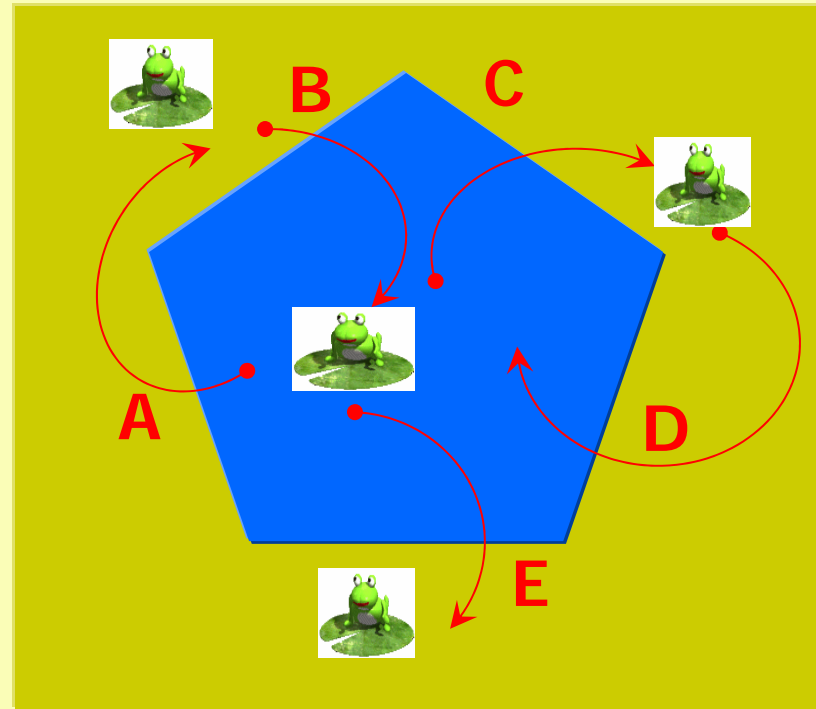


# Solución

Caso del pentágono

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

Siguiendo un razonamiento análogo veamos la secuencia del itinerario de dentro a fuera en el pentágono

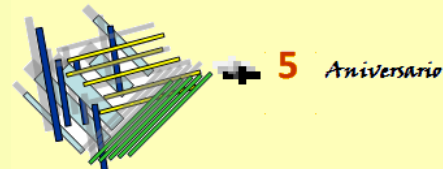
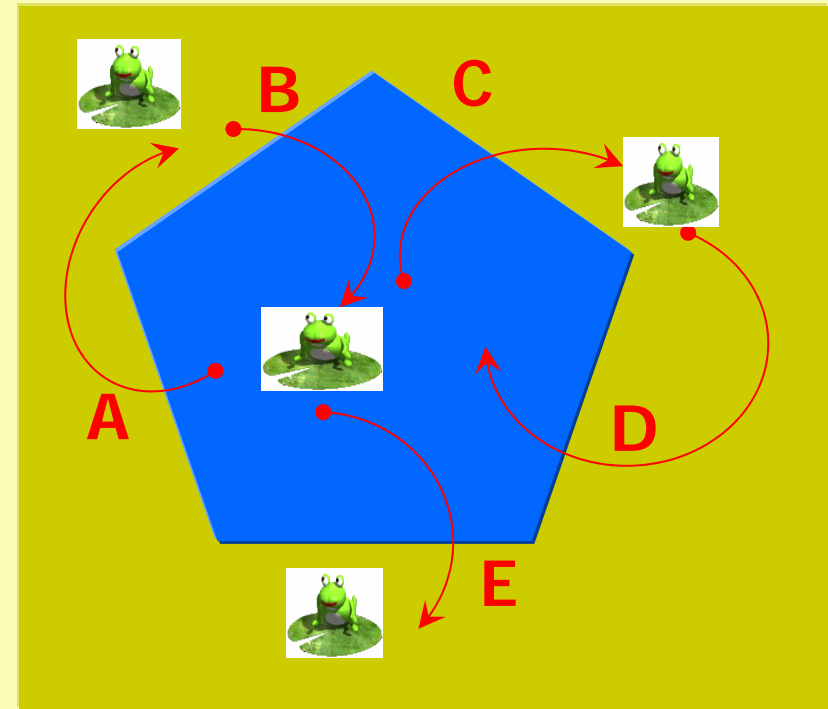


# Solución

Caso del pentágono

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

Por lo tanto, en el caso del Pentágono, la rana sí puede trazar un itinerario de **dentro-a-fuera**, pasando **una y solo una vez** por los cinco lados





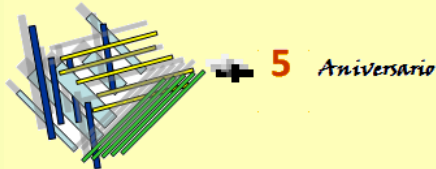
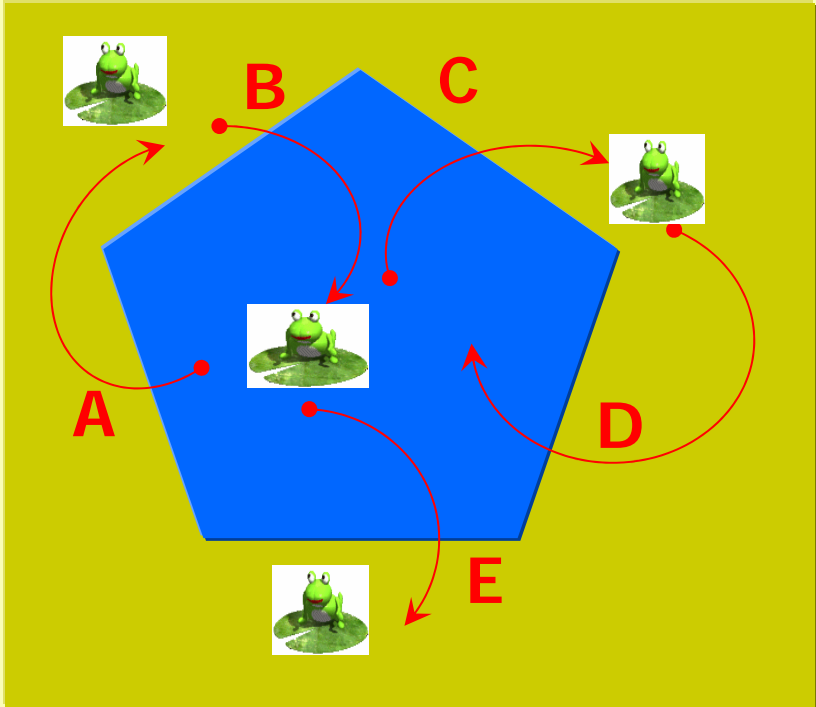
# Solución

Caso del pentágono

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

En definitiva, en el pentágono tenemos el itinerario

D\_F\_D\_F\_D\_F



# Solución

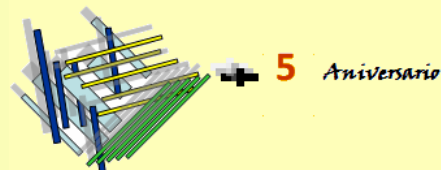
Caso del hexágono

Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera

¿Qué pasará con el hexágono?

¿Se podrá trazar un itinerario de dentro a fuera pasando una sola vez por cada lado del hexágono?



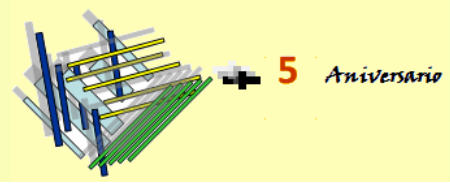
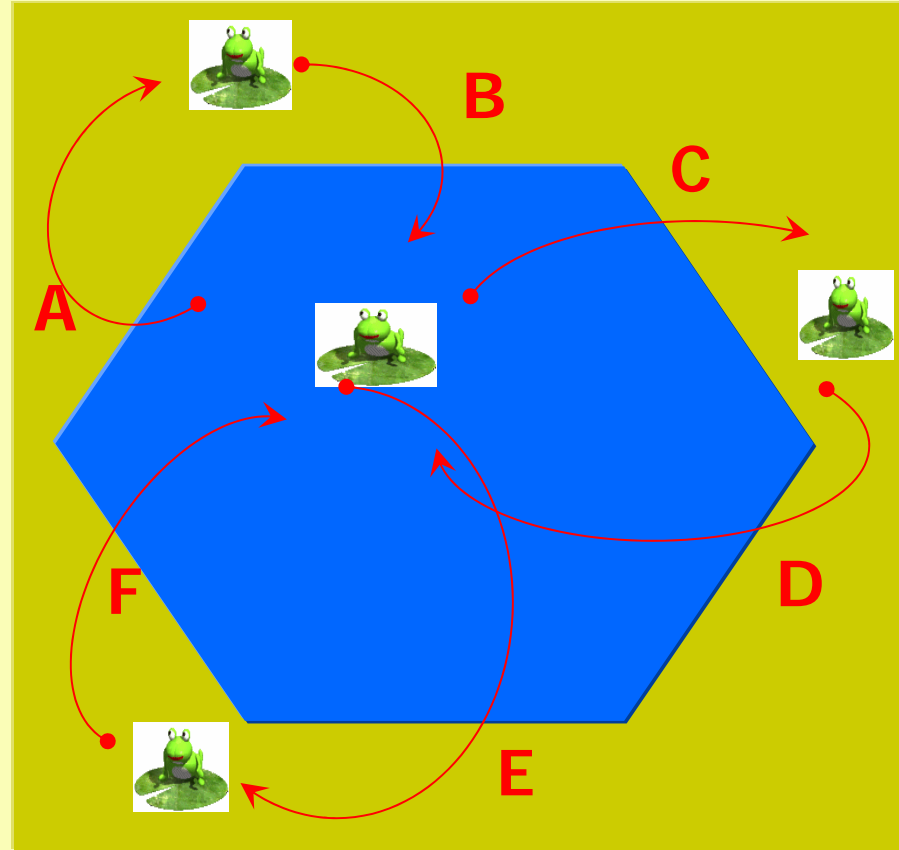
# Solución

Caso del hexágono

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

Siguiendo el mismo razonamiento en el hexágono, tenemos el itinerario

D\_F\_D\_F\_D\_F\_D



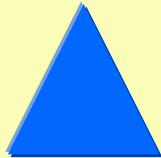
# Solución

Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera



Tenemos la serie de resultados para las figuras:



1. El itinerario es: **D-F-D-F**



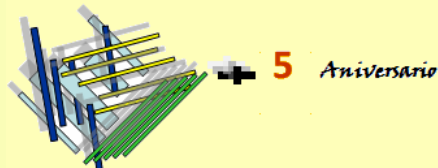
2. El itinerario es: **D-F-D-F-D**



3. El itinerario es: **D-F-D-F-D-F**



4. El itinerario es: **D-F-D-F-D-F-D**



## Solución

Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera

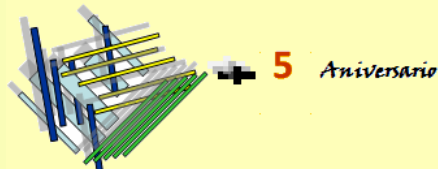


¡Con todo lo anterior, es muy fácil dar una respuesta a la pregunta:

**¿Puedes encontrar una regla general para otras figuras?**

Para un polígono regular con un número "n" impar de lados la rana puede seguir un itinerario de Dentro (D) a Fuera (F) pasando **una sola vez** por cada lado del polígono:

D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ ..... \_ F



# Solución

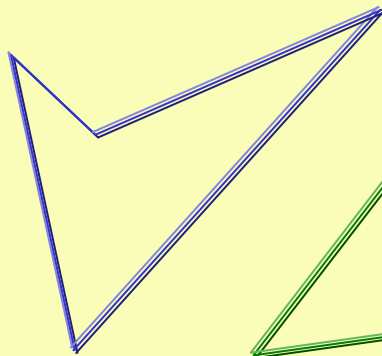
## Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera

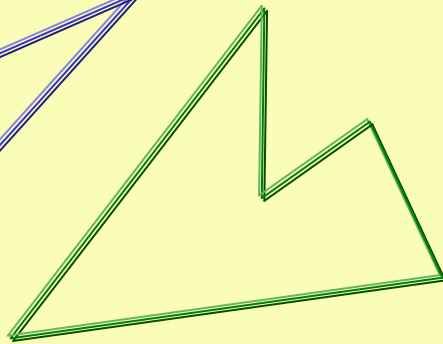


Se ha estudiado el itinerario de la rana cuando se trata de polígonos regulares.

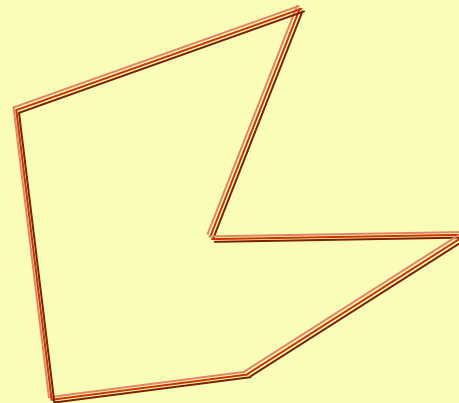
¿Pasaría lo mismo con otras figuras como los polígonos irregulares?



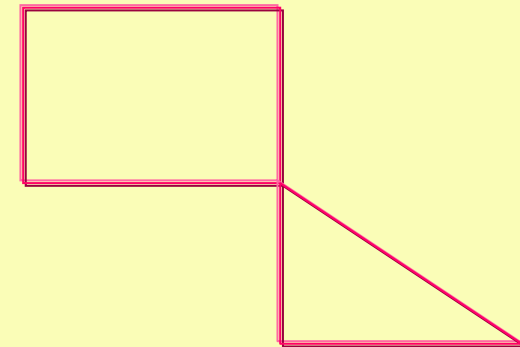
n=4



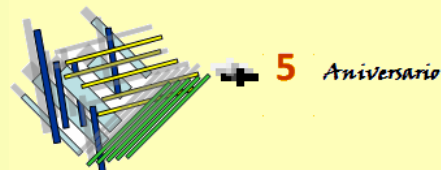
n=5



n=6



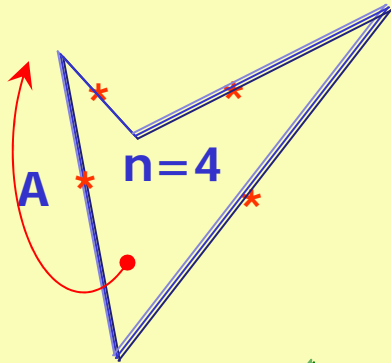
n=7



# Solución

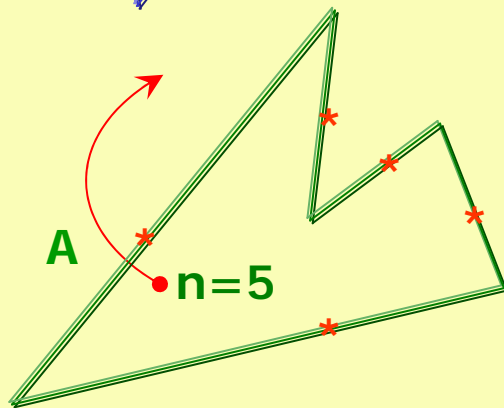
Parte 1

Itinerario: Dentro-Fuera



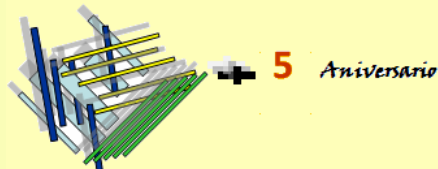
La secuencia en el itinerario empezando saliendo por A es

D\_F\_D\_F\_D



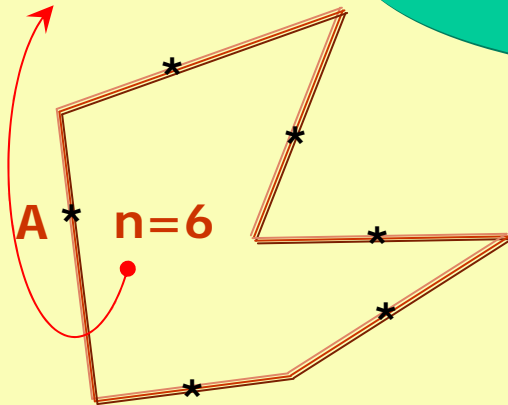
La secuencia en el itinerario empezando saliendo por A es

D\_F\_D\_F\_D\_F



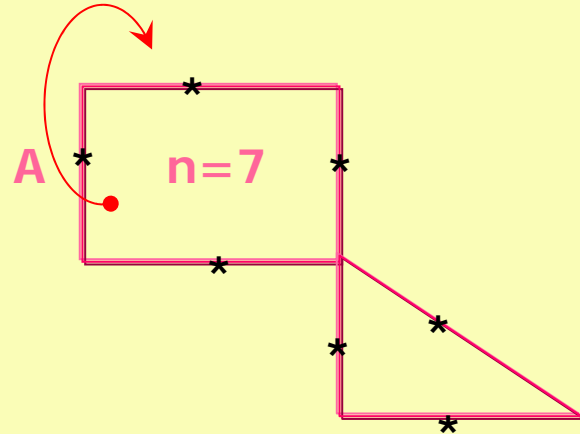
# Solución

Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera



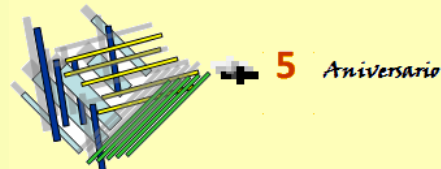
La secuencia en el itinerario empezando saliendo por A es

D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ F \_ D



La secuencia en el itinerario empezando saliendo por A es

D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ F





# Solución

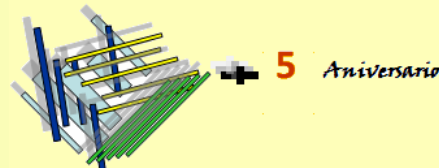


Parte 1  
Itinerario: Dentro-Fuera

En resumen hemos llegado a un importante resultado como regla general:

Para un polígono regular o irregular con un número "n" impar de lados  
la rana puede seguir un itinerario de Dentro (D) a Fuera (F)  
pasando una sola vez por cada lado del polígono:

D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ ..... \_ F



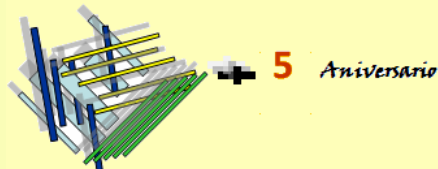
# Solución

Parte 2

Itinerario: Dentro-Dentro

La rana empieza **dentro** y termina **dentro** pasando una sola vez por cada lado del triángulo

¡Una vez estudiados los casos del itinerario dentro (D)-fuera(F) parece fácil responder al itinerario dentro(D)-dentro(D) con las mismas figuras anteriores



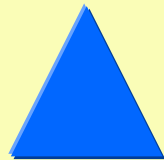
# Solución

Parte 2

Itinerario: Dentro-Dentro



Solo tenemos que utilizar los resultados obtenidos; sabemos que la serie de resultados para las figuras:



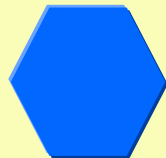
1. El itinerario es: **D-F-D-F**



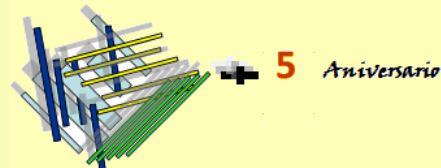
2. El itinerario es: **D-F-D-F-D**



3. El itinerario es: **D-F-D-F-D-F**



4. El itinerario es: **D-F-D-F-D-F-D**



# Solución

Parte 1

Itinerario: Dentro-Dentro



**CONCLUSIÓN:** Problema resuelto!

Es muy fácil dar una respuesta al itinerario  
dentro(D)-dentro(D)

Para un polígono regular e irregular con un número "n" par de lados  
la rana puede seguir un itinerario de Dentro (D) a Dentro (D)  
pasando **una sola vez** por cada lado del polígono:

D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ F \_ D \_ F \_ ..... \_ D

