# FUNCIÓN CUADRÁTICA

Una **función cuadrática** es una **función polinómica de segundo grado** de la forma $y=ax^2+bx+c$, cuya gráfica es una **parábola** de eje vertical, donde $a$ representa la **abertura** de la parábola.

Si $a>0$, la parábola está abierta hacia arriba y si $a<0$ la parábola está abierta hacia abajo.

Una función de la forma $y=ax^2 + bx + c$ es simétrica respecto de la recta $x = -\frac{b}{2a}$ que es el **eje de simetría** de la parábola.

El **vértice** de una parábola de la forma $y=ax^2 +bx + c$ $(a\neq 0)$ está en el punto $V = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

Los **puntos de corte con el eje de abscisas** se obtienen resolviendo la ecuación de segundo grado $ax^2 +bx +c=0$.

Si $b^2 - 4ac >0$ la parábola corta en dos puntos al eje OX.

Si $b^2 - 4ac =0$ la parábola corta en un punto al eje OX.

Si $b^2 - 4ac <0$ la parábola no corta al eje OX.

El **punto de corte con el eje de ordenadas** se obtiene haciendo $x=0$, es decir es el punto **(0,c)**.

Tres formas para identificar una parábola según los datos:

1. Si conocemos el vértice $V=(x_v,y_v)$, la parábola tiene la forma $y = a\cdot(x-x_v)^2 + y_v$ . Si además tenemos un punto $P$ de la parábola, podemos determinar el valor de $a$ sustituyendo $x$ e $y$ por las coordenadas del punto $P$.

2. Si tenemos los puntos de corte con el eje OX $(x_1,0)$ y $(x_2,0)$, la parábola será de la forma $y = a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)$. Si además tenemos un punto $P$ de la parábola, podemos determinar el valor de $a$ sustituyendo $x$ e $y$ por las coordenadas del punto $P$.

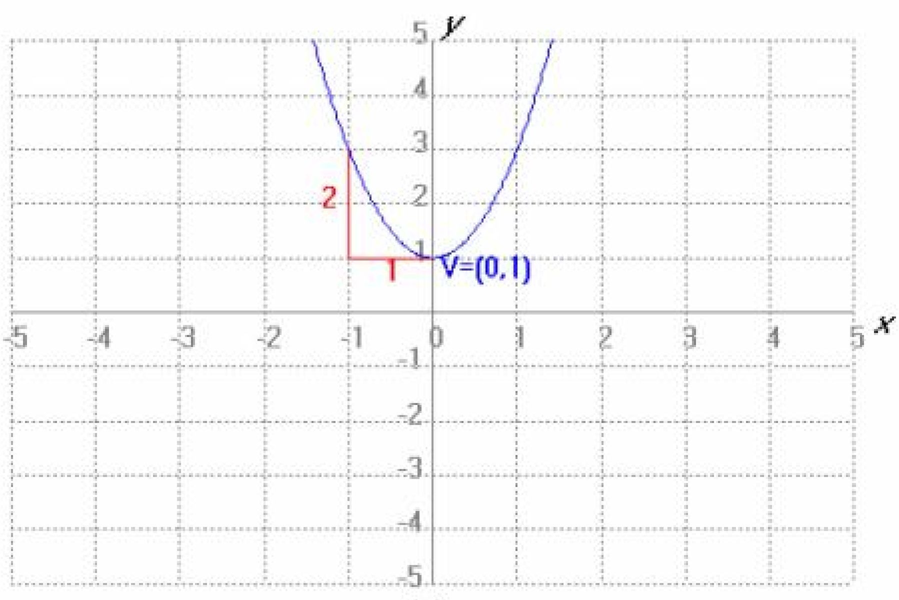
3. Si se tienen tres puntos de la parábola se sustituyen sus coordenadas en la expresión $y=ax^2+bx+c$ y se resuelve el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas ($a$,$b$ y $c$), que resulta de sustituir las coordenadas de cada uno de los puntos en dicha expresión.

**ACTIVIDADES**

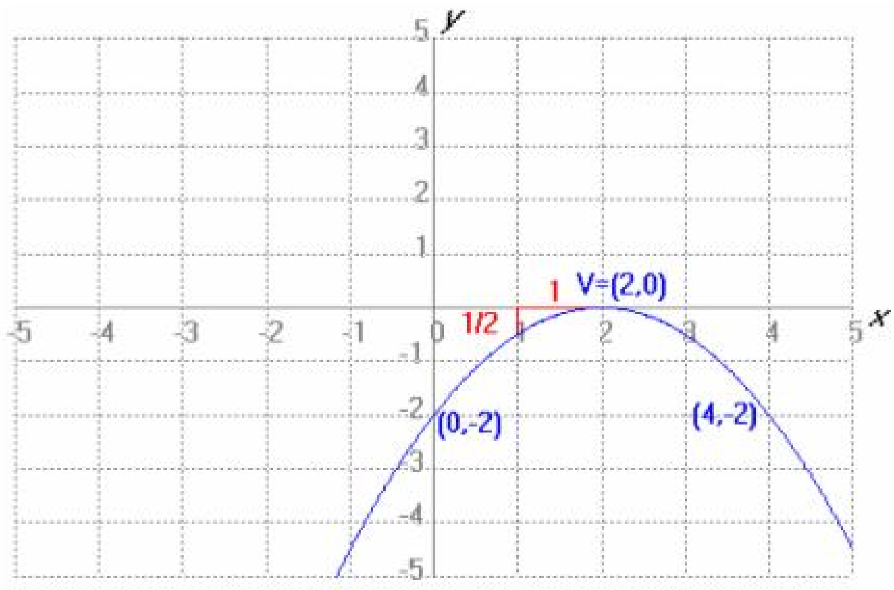
1. Comprueba cómo varía la función cuadrática, según los valores de a, b y c, utilizando el siguiente simulador de Educaplus.

http://www.educaplus.org/swf/ec_seg_grado_p.swf

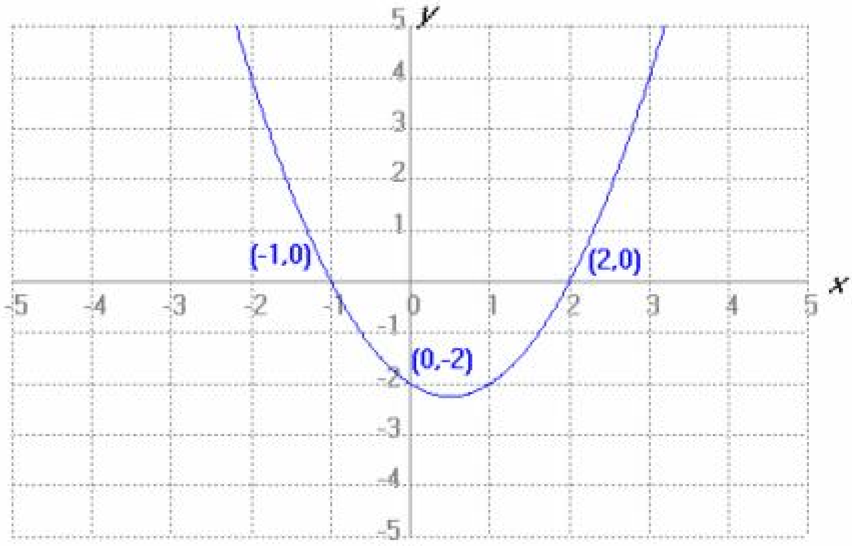
2. Identifica cada una de las siguientes gráficas con su expresión analítica.



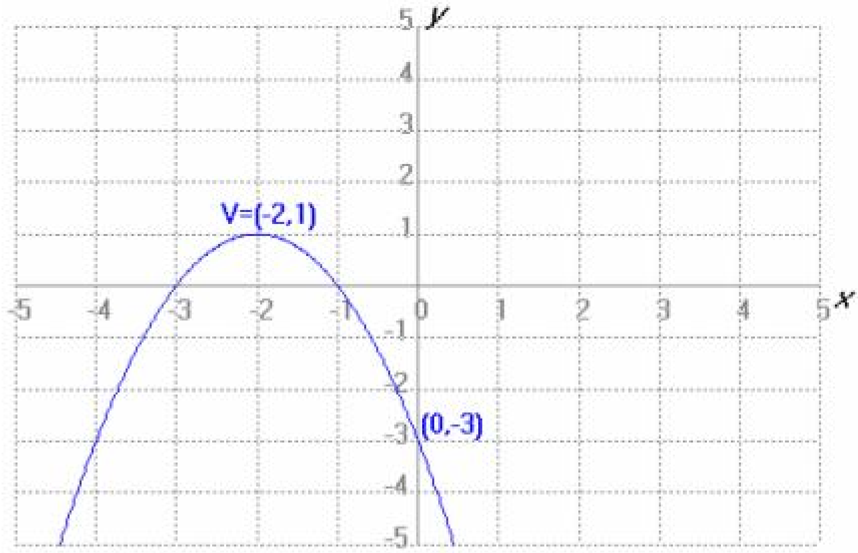

4.1




4.2




4.3




4.4

a) $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2$ , b) $y=2x^2 +1$, c) $y= -x^2 -4x -3$, d) $y= x^2 -x -2$.

**Solución:**

Las gráficas 4.1 y 4.3 corresponden a parábolas abiertas hacia arriba, es decir el coeficiente de la $x^2$ en sus expresiones analíticas es positivo. La gráfica 4.1 corta al eje de ordenadas en el punto (0,1), tiene el vértice en el punto (0,1), no corta al eje OX, es simétrica respecto del eje OY, y al desplazarnos una unidad desde el vértice hacia la derecha o hacia la izquierda subimos 2. Resulta de desplazar la parábola $y=2x^2$ verticalmente una unidad hacia arriba. Corresponde a la función b) $\boldsymbol{y=2x^2 +1}$.

La gráfica 4.3 corta al eje de ordenadas en el punto (0,-2) y al eje OX en los puntos (-1,0) y (2,0), corresponde a una parábola del tipo $y=a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$ donde $x_1$ y $x_2$ son los valores de la $x$ en los puntos de corte con el eje de abscisas. Es decir es de la forma $y=a(x+1)\cdot(x-2)$, como pasa por el punto (0,-2) tengo que $-2=a(0+1)\cdot(0-2)$, por tanto $-2=a\cdot(-2)$, luego $a=1$. Corresponde a la función d) $\boldsymbol{y=(x+1)(x-2)=x^2-x-2}$.

Las gráficas 4.2 y 4.4 corresponden a parábolas abiertas hacia abajo, es decir el coeficiente de la $x^2$ en sus expresiones analíticas es negativo.

La gráfica 4.2, corta al eje de ordenadas en el punto (0,-2), tiene el vértice en el punto (2,0), corta al eje OX, en el punto (2,0), es simétrica respecto de la recta $\boldsymbol{x=2}$, y pasa por el punto (4,-2). Como conozco tres puntos de la parábola resuelvo el sistema para $y=ax^2+bx+c$:

$$\begin{cases} -2=a\bullet 0^2+b\bullet 0+c \\ 0=a\bullet 2^2+b\bullet 2+c \\ -2=a\bullet 4^2+b\bullet 4+c \end{cases}$$

. De la primera igualdad obtenemos que $\boldsymbol{c=-2}$. Sustituimos el valor de $c$ en las otras dos igualdades y tenemos que $\begin{cases} 0=4a+2b-2 \\ -2=16a+4b-2 \end{cases}$, luego $\boldsymbol{a=-\frac{1}{2}}$, $\boldsymbol{b=2}$ y $\boldsymbol{c=-2}$.

Corresponde a la función a) $\boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x^2+2x-2=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4)=-\frac{1}{2}(x-2)^2}$.

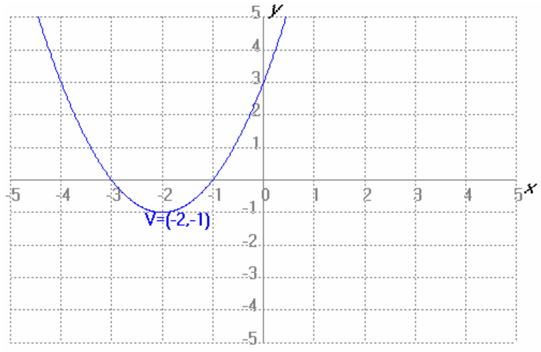
La gráfica 4.4 corta al eje de ordenadas en el punto (0,-3) y tiene el vértice en el punto (-2,1). Como conocemos el vértice y un punto es una parábola de la forma $y=a(x-x_v)^2+y_v$ siendo $x_v$ e $y_v$ las coordenadas del vértice. Es decir es de la forma $y=a(x+2)^2+1$, como pasa por el punto (0,-3) tenemos que $-3=a(0+2)^2+1 \Rightarrow -3=4a\cdot+1 \Rightarrow a=-1$. Corresponde a la función c) $\boldsymbol{y=-(x+2)^2+1=-x^2-4x-3}$.

3.- Dibuja funciones cuadráticas de la forma $y=ax^2+bx+c$ cuyos parámetros $a,b$ y $c$ cumplan las siguientes características:

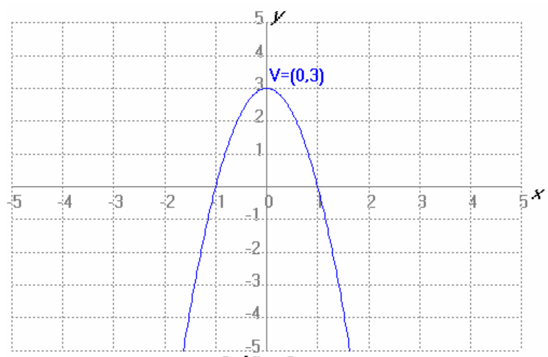
1) $a>0$, $b<0$ y $c>0$.

2) $a>0$, $b=0$ y $c<0$.

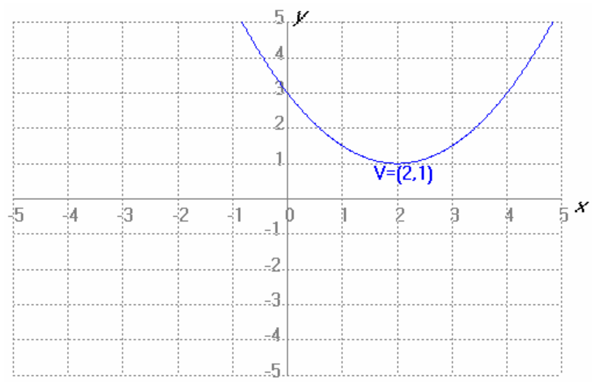
4. ¿Qué expresión analítica corresponde a cada una de las siguientes gráficas?



Gráfica 1

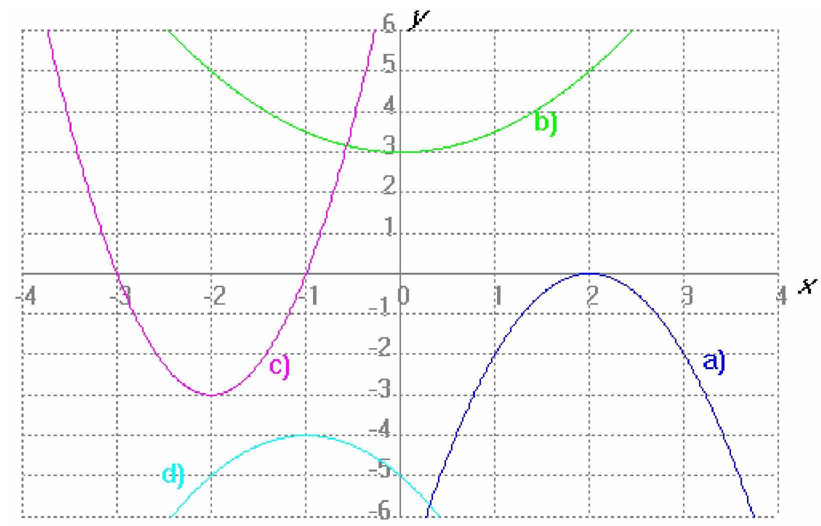


Gráfica 2



Gráfica 3

5.- Completa las expresiones de estas cuatro parábolas teniendo en cuenta que los números que faltan pueden ser negativos o positivos:




a) $y = \square x^2+8x+\square$; b) $y = \square x^2+\square$; c) $y = \square x^2+12x+\square$; d) $y = \square\cdot( x + \square)^2+\square$.