Consejería de Educación y Ciencia
Delegación Provincial de Huelva

"OTRAS MATEMÁTICAS PARA LA CLASE DE SECUNDARIA"

Taller de Matemáticas

José M. Vázquez, Seby Pulido,
Mecedes Julia Obispo y
Soledad Alamillo

JUNTA DE ANDALUCIA

Pág

Autores: José M. Vázquez de la Torre Prieto, Seby Pulido Ruiz,
Mercedes Julia Obispo Martínez y Soledad Alamillo Romero
Editores: Fernando Guevara Garrido, José Carrillo Yañez
Deposito Legal: H-123-2001
I.S.B.N.: 84-699-4900-4
Diseña e Imprime: IVCCEGAR,S.L.

Introducción

> *"La didáctica moderna no concibe ya la clase como una sala de conferencias sino como un taller de trabajo: ya la palabra maestro se va pareciendo cada vez más a la de maestro de taller y cada vez menos a la de conferenciante". (P.Puig Adam, 1956).*

El uso adecuado de materiales manipulables por parte de nuestros alumnos en la clase de matemáticas convirtiéndose ésta en un taller de trabajo, fomenta la observación, la experimentación y la reflexión necesarias para construir sus propias ideas matemáticas.

El trabajo con materiales debe ser un elemento activo y habitual en clase, y no puede reducirse a la visualización esporádica de algún modelo presentado por el profesor.

Algunos materiales no suelen ser baratos, pero pueden ser construidos por los profesores, los alumnos, o encargados a los compañeros del taller de Tecnología.

Entre estos materiales podemos encontrar:

El Geoplano cuadrado, triangular o circular, que fue inventado para enseñar geometría a niños pequeños. Nos permite trabajar con numerosas actividades relacionadas con los números y la geometría: fracciones, radicales, teorema de Pitágoras, áreas, perímetros, polígonos, etc...

Los poliominós, en nuestro caso pentaminós y hexaminós. Con ellos podemos trabajar áreas, perímetros, semejanza y movimientos formando mosaicos.

Con el Tangram Chino además de trabajar con fracciones, áreas y perímetros, se pueden formar curiosas figuras uniendo los lados de las piezas que lo componen que llevan escritas operaciones con el mismo resultado y ecuaciones de primer y segundo grado con sus respectivas soluciones.

Con el Tangram Ovoide podemos calcular áreas de sectores circulares basándonos en la construcción del propio Tangram.

Con el material PLOT podemos formar poliedros, conocer cuales son regulares, analizar el número de caras, aristas y vértices de cada uno y deducir la fórmula de Euler.

Con los policubos empezamos a estudiar volúmenes y a formar figuras distintas.

Existen materiales más especializados como es el caso del goniómetro que podemos utilizar en Trigonometría.

El uso de materiales y la realización de actividades manipulativas requiere aulas espaciosas, dotadas de mesas amplias y resistentes, así como de estanterías y armarios donde almacenar materiales y libros. De ahí la importancia de que en los Centros exista un aula destinada a Laboratorio de Matemáticas.

Según De Bartolomeis, el Laboratorio se define como "Un espacio de comportamiento y una forma de producción". Por una forma de producción se refiere a una actividad investigadora respecto de la construcción de conceptos, la resolución de problemas, la innovación organizativa, la preparación de procedimientos de investigación, de técnicas de colaboración, etc. Por espacio de comportamiento entiende el proceso o forma de construir un concepto, de asumir una línea gradual y personal de aprendizaje.

La estructura de laboratorio da la oportunidad de experimentar; más que en la idea clásica de laboratorio, en situaciones de laboratorio, que enfatizan el hecho de que el alumno es un participante activo que construye sus propios conocimientos, en contraposición a la concepción del alumno como receptor de los conocimientos ya acabados. Por tanto, el profesor ha de convertirse en el promotor del conocimiento más que en transmisor.

Con esta metodología, el profesor desempeña el papel de coordinador y facilitador del proceso de enseñanza-aprendizaje. Así pues, programa la secuencia de actividades; propicia el planteamiento de problemas, que estimula el aprendizaje basado en la investigación; selecciona y organiza las informaciones, aporta informaciones útiles; incentiva, coordina y garantiza la continuidad del trabajo en el aula durante el desarrollo de las actividades; planifica estrategias para crear un clima de clase activo y participativo; realiza análisis de la realidad del aula y del desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, etc.

En cuanto al papel del alumno se podría decir que es "protagonista de su propio aprendizaje". Esto significa que todo lo que ocurra en el proceso de enseñanza-aprendizaje debe adecuarse al proceso de construcción del conocimiento del alumno.

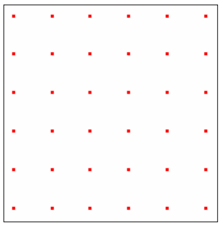
Geoplano

El primer material didáctico que vamos a utilizar es el Geoplano.

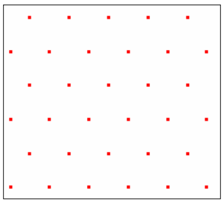
El Geoplano, inventado por el matemático italiano Caleb Gattegno, es una plancha de madera o de otro material, en la que se disponen regularmente una serie de clavos o puntillas.

Existen distintos tipos de geoplanos dependiendo de la posición de los clavos o puntillas. Los más utilizados son los geoplanos cuadrado, triangular y circular.

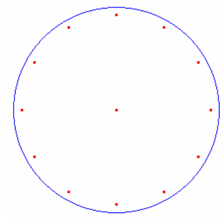
Los geoplanos pueden encontrarse en el mercado, pero su construcción no es difícil: se necesita un tablero de 30x30 cm y clavos o puntillas de 2 cm.



Geoplano cuadrado: Se marcan en el tablero cuadrículas de 1 cm de lado. Una vez cuadriculado, se clavan las puntillas en cada vértice.



Geoplano triangular: En un tablero de las mismas dimensiones, se marcan triángulos equiláteros de 1 cm de lado. En cada vértice se clava una puntilla.



Geoplano circular: Resulta más fácil elaborar una plantilla en A3 con una circunferencia de dos cm menos de diámetro que el lado del tablero. La circunferencia puede dividirse en 12, 24, 36…. partes. En cada uno de los puntos marcados, así como en el centro se clavan las puntillas.

Para construir figuras en los geoplanos de puntillas se utilizan gomillas elásticas.

Las tramas son un material que simulan los geoplanos en papel sobre el que se marcan las cuadrículas o los triángulos según corresponda.

Las dos primeras actividades son para que el alumno se familiarice con este material. En la tercera actividad se empieza a trabajar con áreas y se intenta que se generalice un resultado llegando a la fórmula de Pick. En la actividad 4 se pretende que el alumno compruebe en qué triángulos puede aplicar el teorema de Pitágoras. La actividad 5 es un problema abierto donde se pueden utilizar diversas estrategias para resolverlo: semejanza, teorema de Thales, intersección de dos rectas, etc...

Con el Geoplano circular se pueden trabajar actividades de construcción de polígonos regulares, polígonos estrellados, polígonos inscritos, circunscritos... Demostraciones como que en una circunferencia, un ángulo inscrito mide la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco, etc.

Poliominós

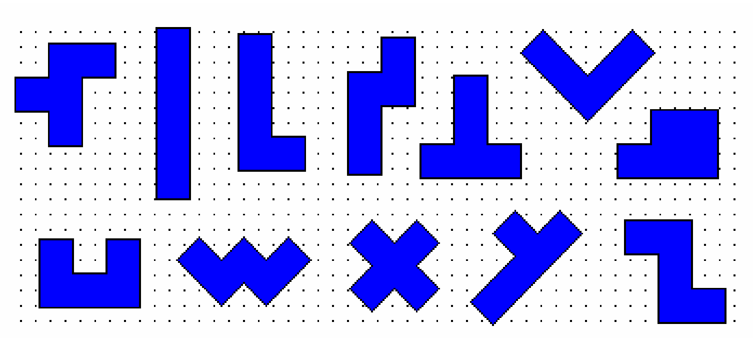
El poliominó es un grupo de cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tienen al menos un lado común.

Las primeras referencias de este material vienen del artículo “Checker Board and Polyominoes” (Tableros de Damas y Poliominós) del matemático norteamericano Solomon W. Golomb.

Los poliominós se clasifican según el número de cuadrados que lo componen: uniminós, dominós, triminós, tetraminós, pentaminós, hexaminós, etc...

En la actividad 6 se pretende que el alumno encuentre todos los posibles pentaminós e intente cubrir con ellos el plano.

Los doce posibles pentaminós son:

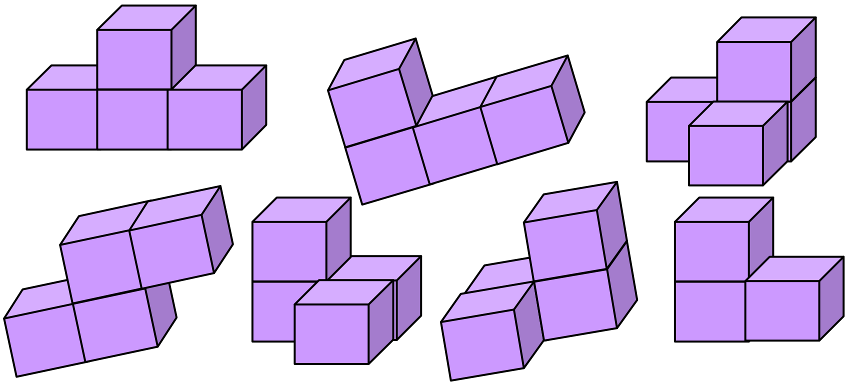


Con los hexaminós en la actividad 7 se pretende que se vea que no todos sirven para construir un cubo.

Policubos

Son cuerpos geométricos formados por cubos iguales encajados o pegados por medio de sus caras. Estos cubos pueden ser de madera, plástico, espuma o porespán.

Unos policubos muy conocidos son los descubiertos por el matemático danés **Piet Hein** con el que construyó el cubo **SOMA** formado por 27 policubos aquí representados.



"No resulta nada fácil para los alumnos captar los objetos tridimensionales en un plano bidimensional. Esta dificultad surge de haber trabajado con dibujos y no con los cuerpos.

La manipulación de los policubos como material didáctico, permite la adquisición de conceptos, relaciones y métodos geométricos que posibilitan una enseñanza activa de acuerdo con la evolución intelectual del alumno.

Al mismo tiempo potencia la observación, intuición espacial y la creatividad, desarrollando la autonomía y las propias capacidades. Permite construir, analizar, hacer conjeturas y resolver problemas. El hecho de pasar las construcciones a las tramas interioriza los conceptos de volumen y profundidad.

Puede utilizarse para trabajar volúmenes, superficies, giros, simetrías, traslaciones, etc.

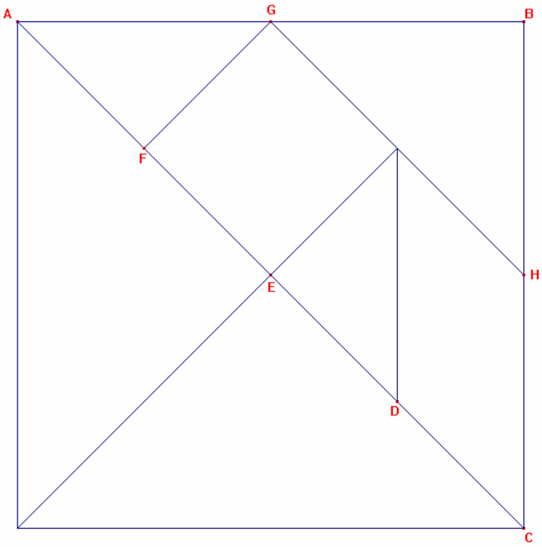
Tangram

El Tangram Chino (tabla de la sabiduría o tabla de los siete elementos), se obtiene a partir de un cuadrado que se descompone en siete piezas: un cuadrado, un paralelogramo y cinco triángulos de tres tamaños diferentes.

El Tangram puede construirse en cartón, madera o plástico, teniendo en cuenta lo siguiente:

$AG=GB=BH=HC=\frac{1}{2}BC$

CD=DE=EF=FA=$\frac{\sqrt{2}}{4}$ BC

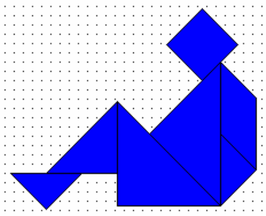


El Tangram Chino dio origen a diferentes tipos de tangram, unos obtenidos a partir de cuadrados, otros de triángulos, pentágonos, etc...

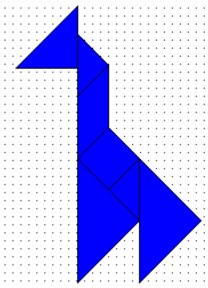
Un tangram peculiar es el tangram ovoide, cuya construcción se trabaja en la actividad 11.

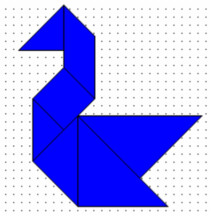
Con el tangram además de trabajar con fracciones, áreas y perímetros, se pueden trabajar operaciones , ecuaciones y muchas cuestiones relacionadas con el álgebra.

En la actividad 12, después de recortar las piezas y realizar las operaciones se pretende que el alumno forme la siguiente figura:



Calculando el perímetro de las otras dos figuras se utiliza el teorema de Pitágoras. La segunda de ellas es la que resulta en la actividad 13.





Mosaicos

Las actividades 14 y 15 sirven para familiarizar al alumno con algunos movimientos en el plano (traslaciones, simetrías y giros).

Un material muy sencillo de construir y que lo hará más fácil es el mosaico. Se caracteriza por estar formado por un polígono o elemento generador que se repite indefinidamente. Así, el alumno irá moviendo todos sus elementos hasta diferenciar unos de otros.

Para poner en práctica estas actividades el alumno construirá dos mosaicos:

1º El mosaico regular hexagonal. (Sólo existen tres polígonos regulares que recubren todo el plano: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular).

2º El mosaico "multihueso". Es un mosaico irregular y bastante conocido por ser uno de los bellos mosaicos nazaritas que decoran la Alhambra de Granada.

Los materiales necesarios para su construcción son: un trozo de cartulina, una hoja DIN A4, escuadra y cartabón, compás y lápices.

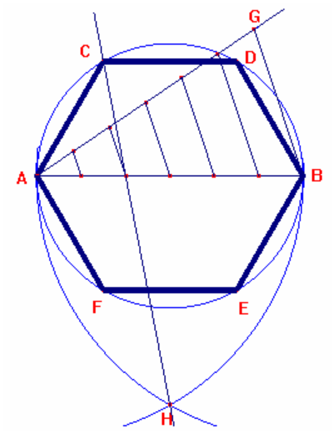
A.- CONSTRUCCIÓN DEL MOSAICO REGULAR HEXAGONAL.

Se toma el trozo de cartulina y se construye un hexágono regular de 2 cm de lado.

Véase como se construye (éste es un método aproximado para dividir la circunferencia en partes iguales y puede ser utilizado para construir polígonos regulares).

Se dibuja una circunferencia que tenga el mismo radio que la longitud del lado (2 cm).

Se traza el diámetro AB y se divide en 6 partes iguales. Para ello, desde A se traza una semirrecta y sobre ella se toman 6 partes iguales.



Se unen la sexta parte con B y trazando paralelas se obtiene AB dividido en seis partes iguales. "A" será el primer vértice del hexágono.

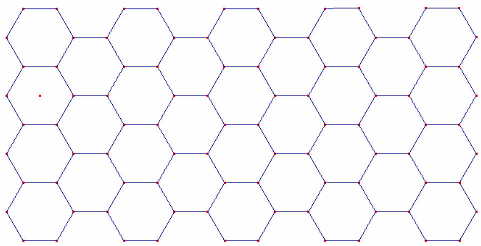
Con radio AB se trazan dos arcos con centro A y B, respectivamente que se cortan en H.

Se traza la recta que pasa por H y la segunda división. Esta recta corta a la circunferencia en C. AC será un lado del hexágono.

Con radio AC y centro C se traza un arco que corta a la circunferencia en un punto D. CD será otro lado del hexágono. Este proceso se repite hasta dibujar los seis lados.

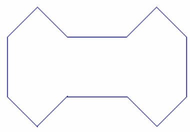
Una vez dibujado el hexágono, se recorta y se toma la hoja DIN A4. Sobre ésta y con el hexágono regular se debe ir recubriendo el plano de modo que no se solape ninguno, ni queden huecos.

Se obtiene un mosaico formado por hexágonos regulares de la forma

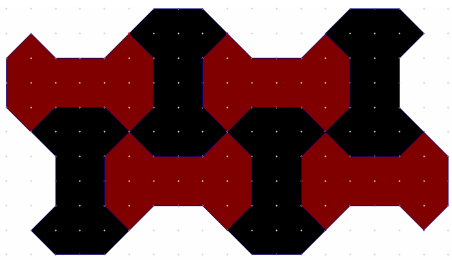


B.- CONSTRUCCIÓN DEL MOSAICO IRREGULAR "MULTIHUESO"

Sobre un papel cuadriculado se dibuja la figura en forma de hueso: (la medida de los lados verticales y horizontales es de 2 cm y la altura de los triángulos es la mitad, 1 cm).



Se recorta y en una hoja DIN A4 se sigue dibujando la figura en vertical, horizontal, etc. Sin dejar huecos y llenando todo el papel.



Las figuras verticales se dibujan en azul y las horizontales en amarillo.

Se obtiene así el mosaico "multihueso".

Material PLOT

El material PLOT está formado por láminas de cartulina troquelada y gomas elásticas de colores para realizar las uniones. De las láminas de cartulina se obtienen polígonos regulares que al unirlos con las gomas elásticas forman poliedros.

Con las actividades 16 y 17, además de que el alumno se familiarice con este material, se pretende que construya los cinco poliedros regulares, también llamados sólidos platónicos y que llegue a la fórmula de Euler.

Es importante que el alumno descubra que sólo existen cinco poliedros regulares, basándose en que todas las caras han de ser iguales, por ser regulares; y que los ángulos de las caras que concurren en un vértice suman menos de 360º, pues en caso de sumar 360º exactamente no encerrarían un volumen sino que tendríamos una superficie plana.

Como introducción a la actividad se puede explicar el por qué de llamarse sólidos platónicos. Platón, filósofo griego del siglo IV a.C., concebía el mundo como constituido por los cuatro principios básicos: tierra, fuego, aire y agua.

Según Platón, la tierra correspondía al cubo, es decir a la forma “más sólida y menos móvil”, y el fuego al tetraedro, porque es el sólido que tiene la forma “más aguda y más móvil”; el aire y el agua correspondían al octaedro y al icosaedro. El dodecaedro fue considerado por Platón como símbolo del universo.

En la actividad 18 el alumno va a trabajar con triángulos equiláteros para formar deltaedros y en la actividad 19 va a construir prismas, pirámides y bipirámides con distintas bases, llegando a encontrar fórmulas en cada caso que relacionen número de vértices con número de caras y aristas.

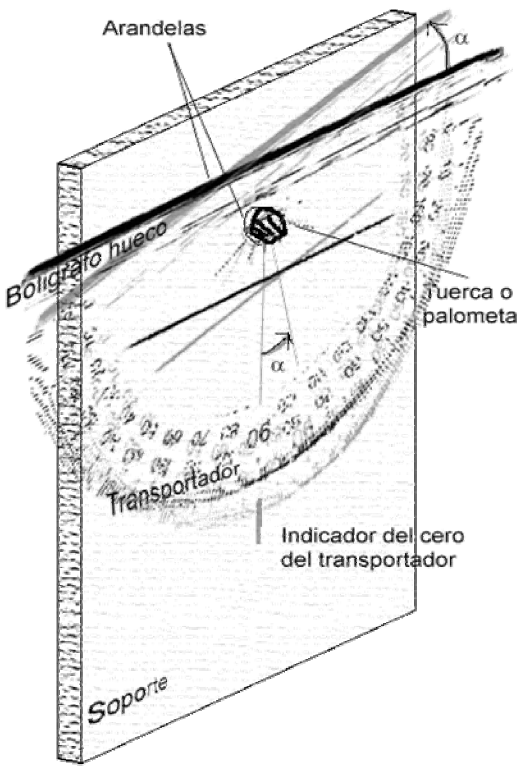
Goniómetro

Con la actividad 20 se pretende que el alumno asimile el concepto de trigonometría y las relaciones entre las alturas y los ángulos de un triángulo y, lo más importante, mediante la construcción y utilización del goniómetro vea su necesidad en la vida real.

Como ya sabemos, el teodolito es un aparato útil en trigonometría para medir alturas inaccesibles. El goniómetro que nosotros vamos a construir (teodolito bastante simplificado) no es perfecto pues los materiales a utilizar no son ni da alta tecnología ni de alta calidad y esto dará lugar a medidas con errores. Por ello, se recomienda medir alturas de edificios no muy altos y cercanos a los lugares de medida.

Los materiales que se necesitan para la construcción del goniómetro son: un soporte vertical (tabla de 10 cm de ancho por 20 cm de alto y 1 cm de grosor), transportador de ángulos grande, un bolígrafo hueco, un pasante con 2 arandelas y tuerca o palometa.

Para construirlo tomamos el bolígrafo hueco, que nos servirá como mirilla, y lo pegamos al transportador por su parte plana. A dos centímetros del extremo superior del soporte vertical hacemos una perforación e introducimos el tornillo pasante para fijar el transportador por su centro. Entre soporte y transportador colocamos una arandela al igual que entre transportador y la tuerca o palometa. Una vez fijado el transportador al soporte tendremos que conseguir que el soporte y el centro del transportador formen ángulo recto. En esta posición, se traza una pequeña línea como indicador del cero.



ACTIVIDAD Nº 1: Conociendo el Geoplano

Con las gomillas elásticas que dispones construye en los geoplanos todos los polígonos regulares que conozcas. Intenta dibujarlos en las hojas de puntos (tramas cuadrada y triangular).

1.- ¿Crees que los has dibujado todos? ¿Tus construcciones coinciden con la de tus compañeros?

Si no es así, complétalas y ponles nombres. Asegúrate, consultando en tu libro, la clasificación de polígonos.

2.- ¿Has podido construir un cuadrado en el geoplano triangular? ¿Por qué?

3.- ¿Y un triángulo equilátero en el geoplano cuadrado?

4.- ¿Cuáles no has podido construir en el geoplano cuadrado y cuáles no en el geoplano triangular?

ACTIVIDAD Nº 2: Trabajando el cuadrado

A partir de ahora todo lo que construyas en los geoplanos, dibújalo en la trama correspondiente.

1.- Construye cuadrados de lado 1,2,3....5...unidades (Geoplano cuadrado). Completa la tabla con los datos que te piden.

Lado (u)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**...**	**N**
Perímetro (u)	4						...	
Área (u^2)	1						...	

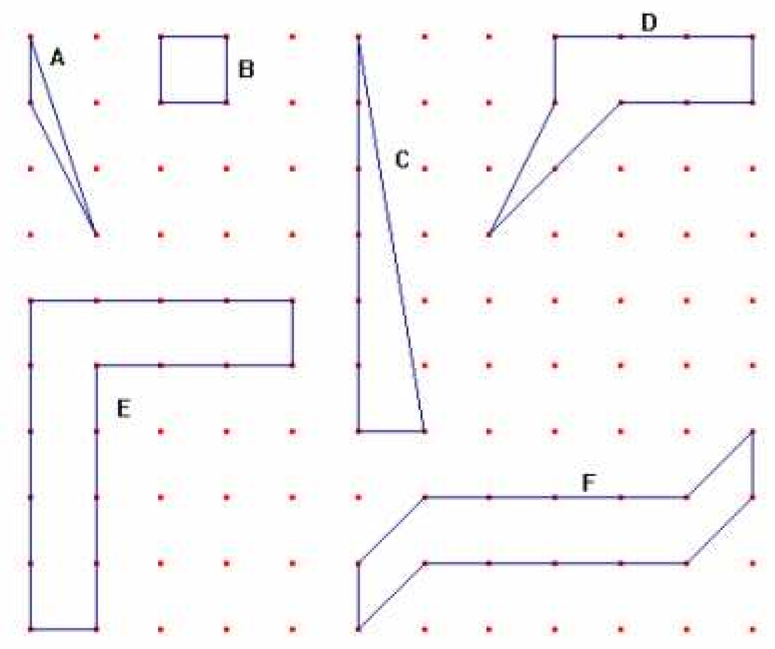
2.- Construye cuadrados de área :2, 5, 9 y 10 unidades cuadradas.

3.- ¿Qué diferencia encuentras con las construcciones anteriores?

4.- ¿Te atreves a calcular la medida de sus lados? Inténtalo. Para organizar tus datos y conclusiones, puedes ayudarte de una tabla.

ACTIVIDAD Nº 3: Fórmula de Pick

En la siguiente trama aparecen dibujados polígonos sin puntos interiores.



1.- Calcula el área de cada una de ellas y completa la siguiente tabla:

FIGURA	ÁREA	Nº DE PUNTOS SOBRE SU BORDE
A		
B		
C		
D		
E		
F		

2.- Intenta encontrar alguna relación entre el área y el número de puntos sobre su borde.

3.- Intenta generalizar la relación encontrada a polígonos con puntos interiores.

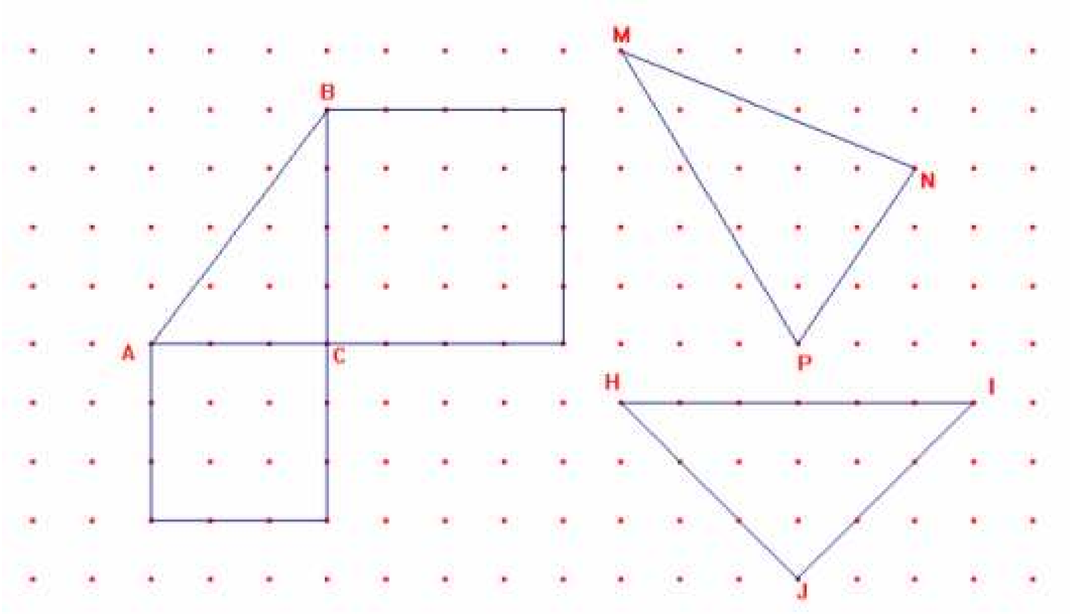
a) Forma una trama de puntos y dibuja polígonos con puntos interiores (primero con uno, después con dos, etc.) y calcula su área.

b) Busca alguna relación entre el área y el número de puntos (interiores y del borde). Conjetura una fórmula.

La fórmula encontrada se llama Fórmula de Pick.

ACTIVIDAD Nº 4: Pitágoras

En el triángulo ABC, sobre los lados que forman el ángulo recto hemos construido cuadrados.



1.-Construye tú el cuadrado que corresponde a la hipotenusa. (lado opuesto al ángulo recto).

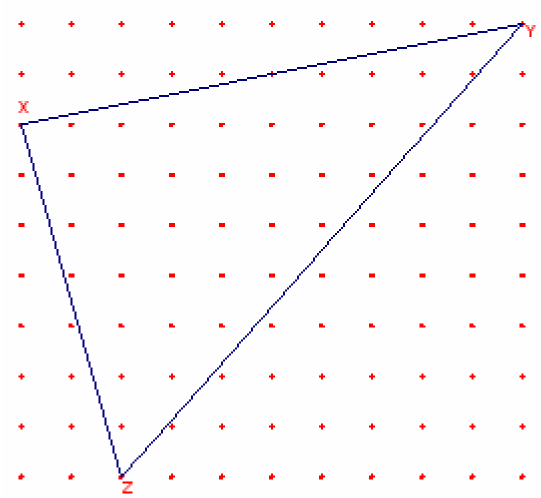
2.- Construye los tres cuadrados correspondientes en el triángulo HIJ.

3.- ¿Observas alguna relación entre las áreas de los cuadrados de cada triángulo?

4.- Escribe con palabras la conclusión a la que has llegado:

5.- ¿Ocurre lo mismo en el triángulo MNP? ¿Por qué?

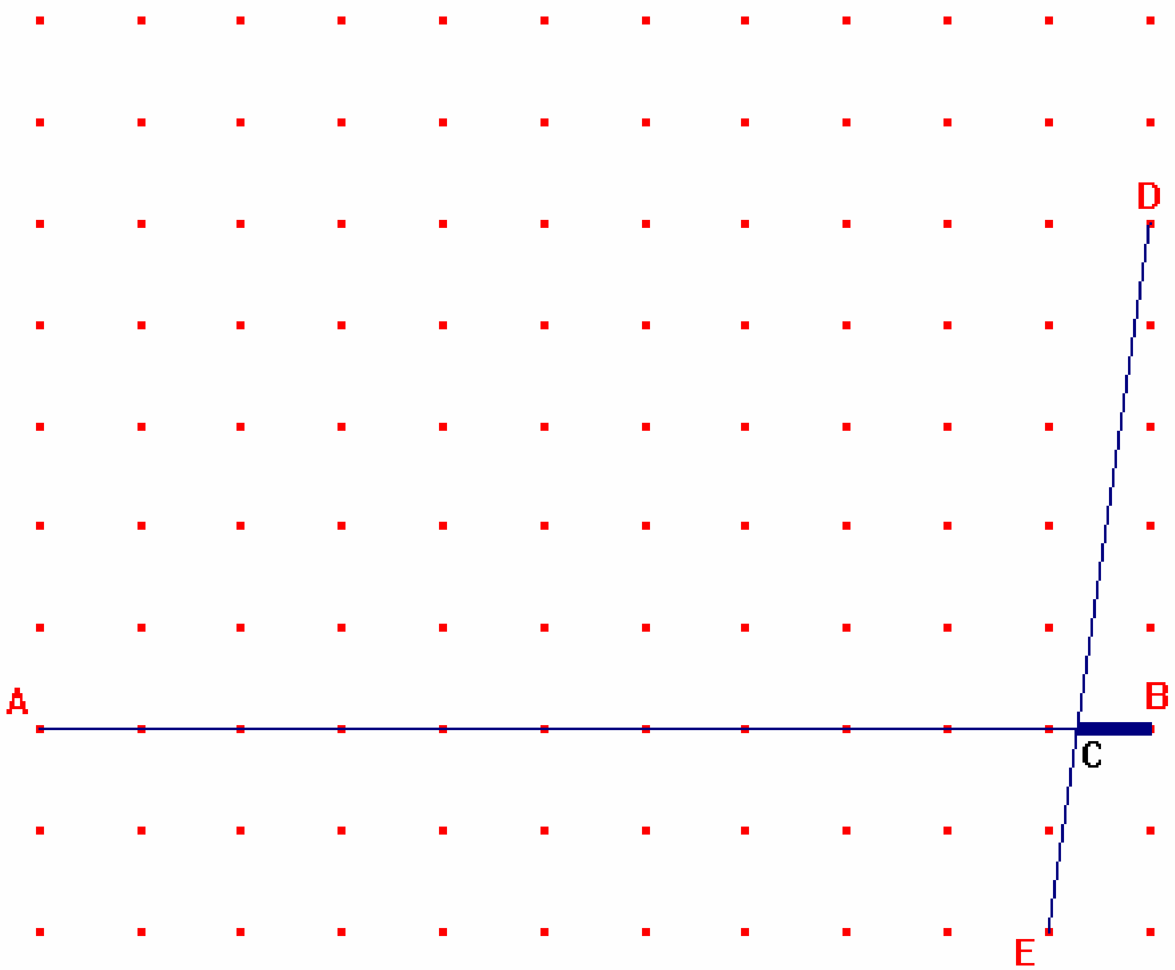
6.- Seguro que ahora te atreves con el triángulo XYZ:



Calcula su perímetro.

ACTIVIDAD Nº 5: Longitud de un segmento

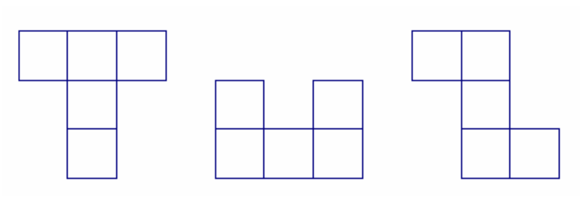
Utilizando la trama de puntos encuentra distintos procedimientos que te permitan conocer la longitud del segmento BC.



ACTIVIDAD Nº 6: Pentaminós

Un pentaminó está formado por cinco cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tienen al menos un lado en común.

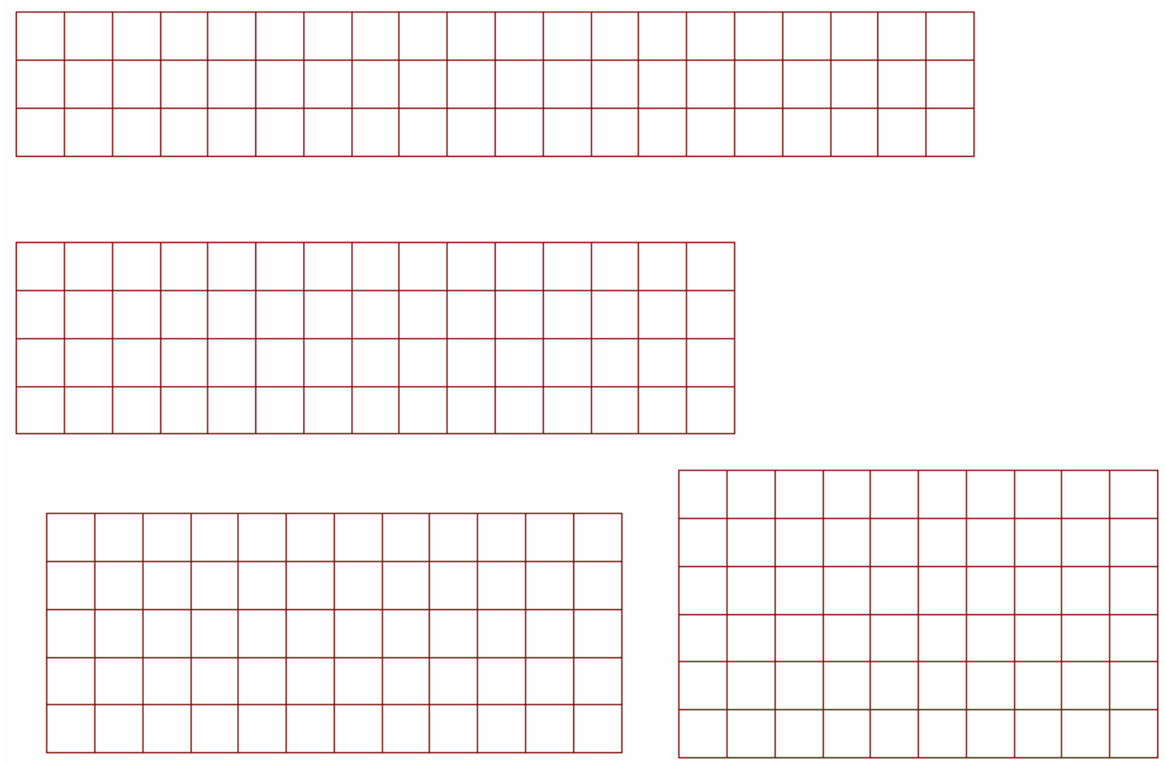
Aquí tienes representados tres pentaminós:



1.- Construye todos los posibles pentaminós.

(Ayuda: Existen doce posibles pentaminós y son fáciles de recordar porque coinciden con las letras T, U, V, W, X, Y, Z y algunas de las letras de la palabra FILIPINO).

2.- Intenta formar o cubrir con los doce pentaminós cada uno de estos rectángulos.

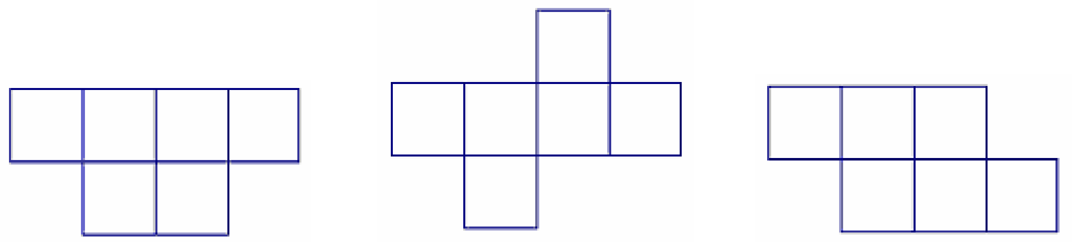


3.- Fíjate que cada uno de estos rectángulos está formado por 60 cuadrados. ¿Por qué crees que ocurre esto?

ACTIVIDAD Nº 7: Hexaminós

Un hexaminó está formado por seis cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tienen al menos un lado en común.

Aquí tienes representados tres hexaminós:



1.- Dibuja 10 hexaminós más. (Existen 35 hexaminós distintos)

2.- ¿Cuánto vale el área de un hexaminó? El área, ¿depende de la forma del hexaminó?

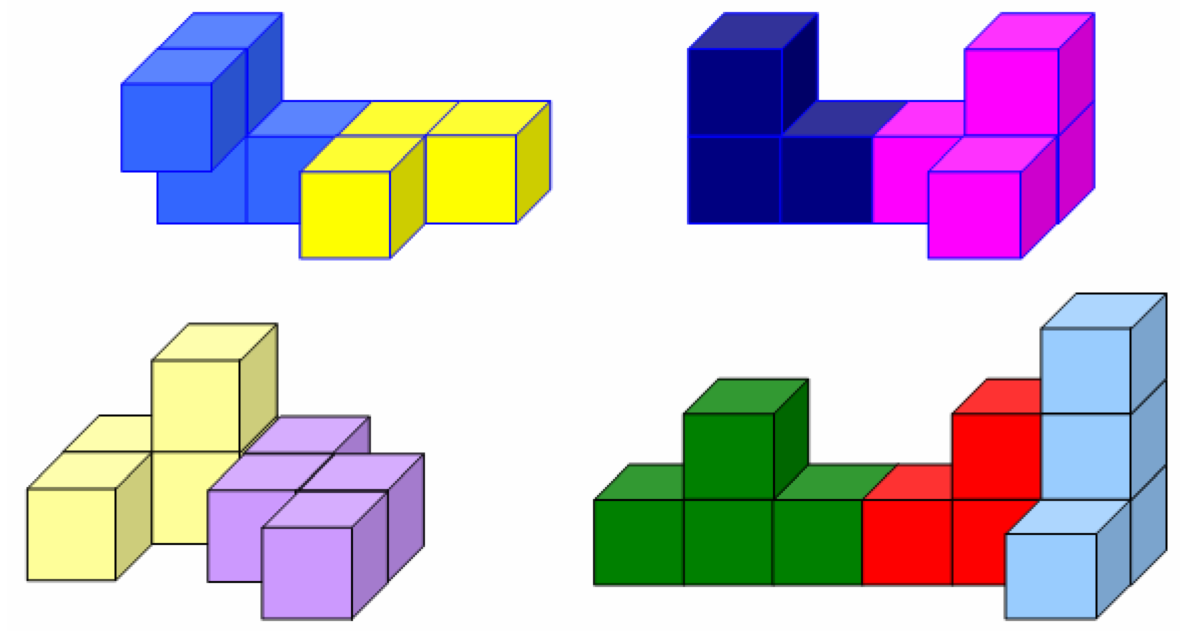
3.- Dibuja el hexaminó con perímetro mínimo.

4.- Dibuja el hexaminó con perímetro máximo.

5.- De todos los hexaminós posibles, ¿cuáles servirían para construir un cubo y con cuáles no sería posible?

ACTIVIDAD Nº 8: Policubos

1.- Construye los siguientes cuerpos con policubos.

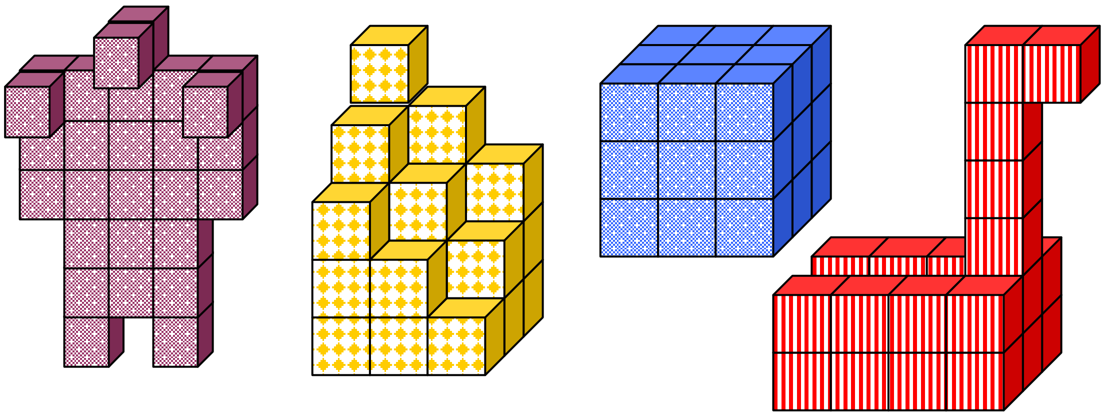


2.- Intenta dibujarlos en una trama triangular y comprueba si el número de cubos utilizados coinciden con el número de cubos dibujados.

3.- ¿Qué puedes decir de las superficies?

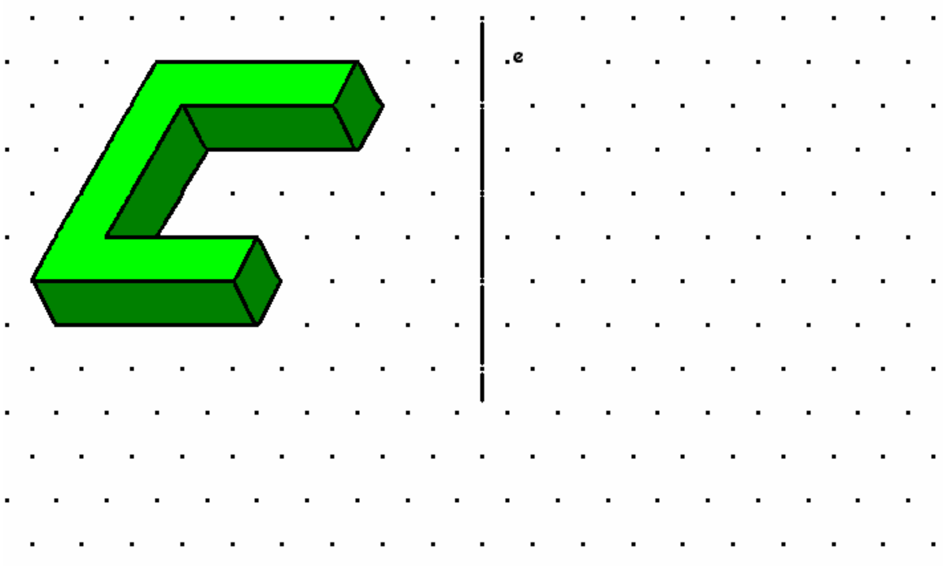
4.- Con las siete piezas, forma cuerpos de distintas bases y alturas. Procura no dejar huecos interiores y compara sus volúmenes.

5.- De estos cuerpos, ¿cuáles tienen el mismo volumen? Intenta construirlos.



ACTIVIDAD Nº 9: C simétrica y túneles

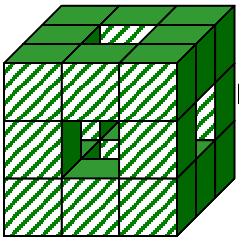
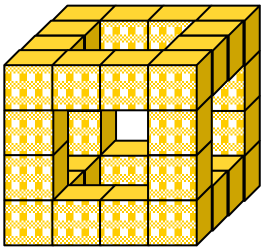
A) En la figura siguiente hay dibujado un policubo con forma de C sobre papel isométrico.



1.- ¿Cuántos cubos contiene?

2.- Halla la figura transformada de esta C por medio de la simetría de eje **e**.

B) El cubo más pequeño que puede construirse con túneles en el centro de cada cara es el 3x3x3.


El siguiente sería un cubo de 4x4x4.


Los túneles van de una cara a su opuesta.

1.- ¿Cuántos cubos forman cada figura?

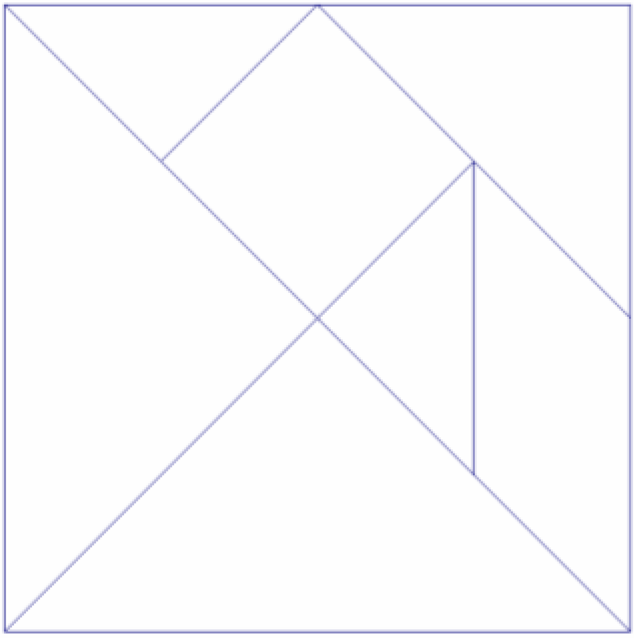
2.- ¿Cuál es el siguiente en tamaño, que sea lo más parecido posible a los cubos de las figuras?

3.- Dibújalo en la trama e investiga cuántas posibilidades distintas hay.

ACTIVIDAD Nº 10: Tangram chino

El Tangram es un rompecabezas formado por piezas geométricas: dos triángulos grandes y dos pequeños; un triángulo mediano, un cuadrado y un paralelogramo.

Con las piezas del tangram podemos formar muchas figuras. Por ejemplo, un cuadrado:



1.- Utilizando el cuadrado pequeño como unidad de área, calcula:

a) El área de cada una de las piezas.

b) El área del cuadrado formado con todas las piezas del Tangram.

2.- Utilizando el lado del cuadrado pequeño como unidad de longitud, calcula:

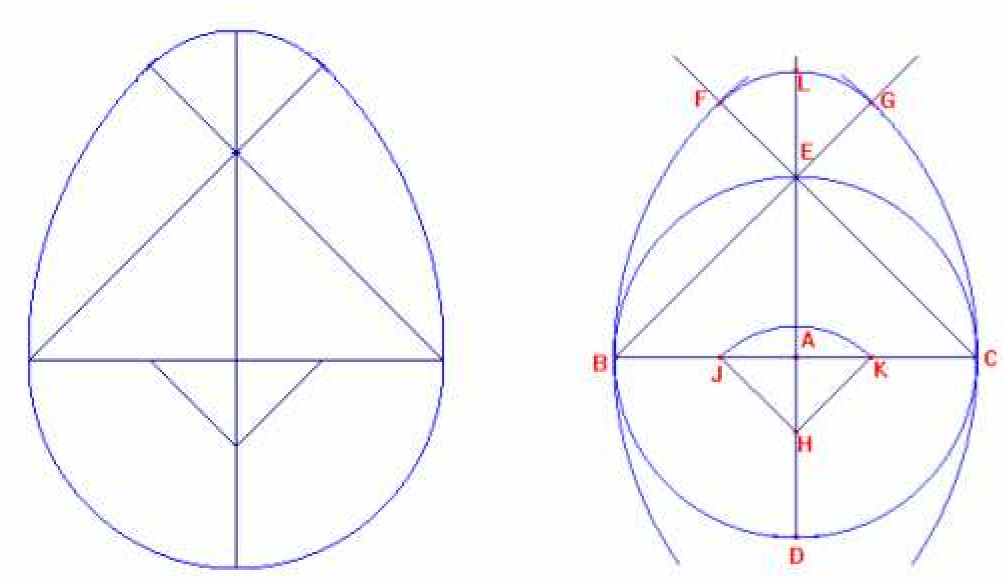
a) El perímetro de cada pieza.

b) El perímetro del cuadrado formado con todas las piezas del Tangram.

3.- Construye, con las piezas del Tangram, un pentágono y calcula su área y su perímetro.

ACTIVIDAD Nº 11: Tangram ovoide

El huevo de Tangram tiene la siguiente forma:



1.- Describe cada una de las piezas, cópialas en cartulina, recórtalas y prueba a hacer y deshacer el huevo varias veces.

2.- Constuye un Tangram ovoide siguiendo los siguientes pasos:

a) Dibuja un círculo con un radio de 6 cm y marca el centro con una A.

b) Traza los diámetros BC y DE, de manera que se crucen en ángulo recto.

c) Une B a E y E a C, y luego alarga estas dos líneas 5 cm por encima de E.

d) Utilizando B como centro y BC como radio, traza un arco que corte la prolongación de la línea BE en G.

e) Utilizando C como centro y CB como radio, traza un arco que corte la prolongación de la línea CE en F.

f) Con E como centro y EF como radio, traza un arco que una F y G.

g) Mide este mismo radio desde D a lo largo de la línea DA para hallar el punto H.

h) Con ese mismo radio, y con H como centro, traza un arco que cruce la línea BC en J y en K.

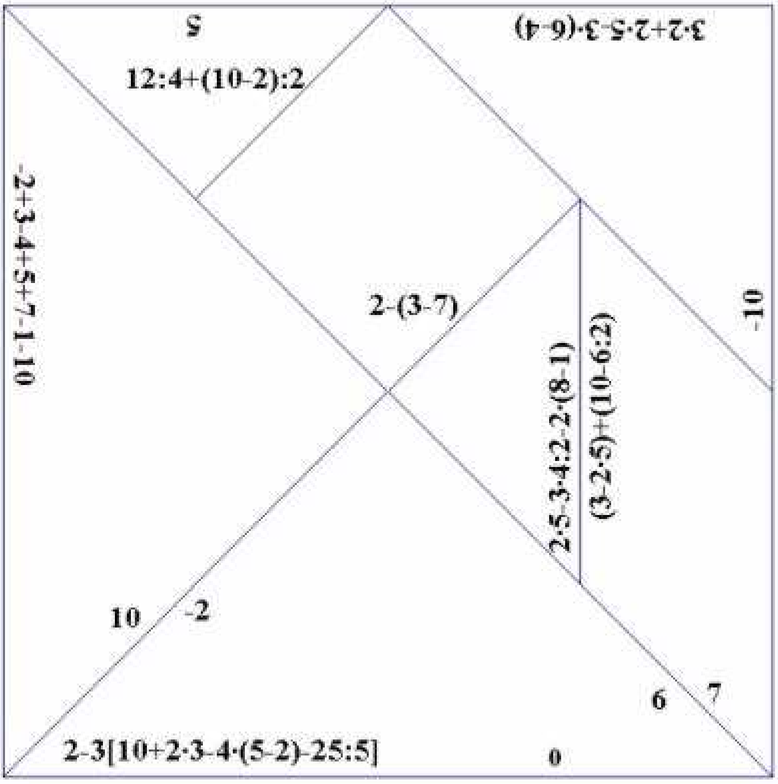
i) Alarga la línea AE hasta que corte el arco FG en L.

j) Une H con J y luego H con K. Recorta las piezas por las líneas de puntos.

3.- Calcula el área y el perímetro ayudándote de la construcción que has realizado.

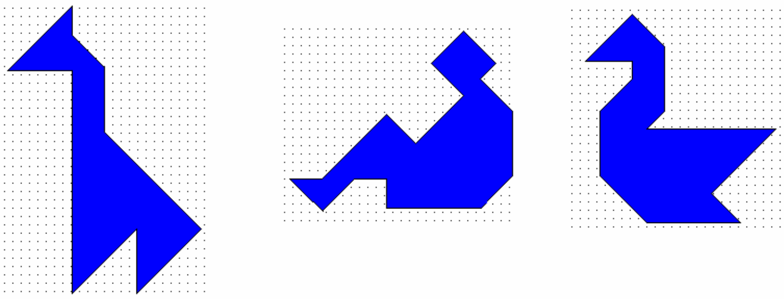
ACTIVIDAD Nº 12: Tangram de operaciones con números enteros

Jugando con el tangram vas a operar con números enteros.



1.- Recorta las piezas del tangram de operaciones con números enteros y une los lados de forma que coincida la operación con su resultado.

2.- De las siguientes figuras, ¿cuál corresponde a la solución?



3.- Calcula el perímetro de aquellas figuras que no sean solución.

ACTIVIDAD Nº 13: Tangram de ecuaciones de primer grado

1.- ¿Qué es una ecuación de primer grado con una incógnita?

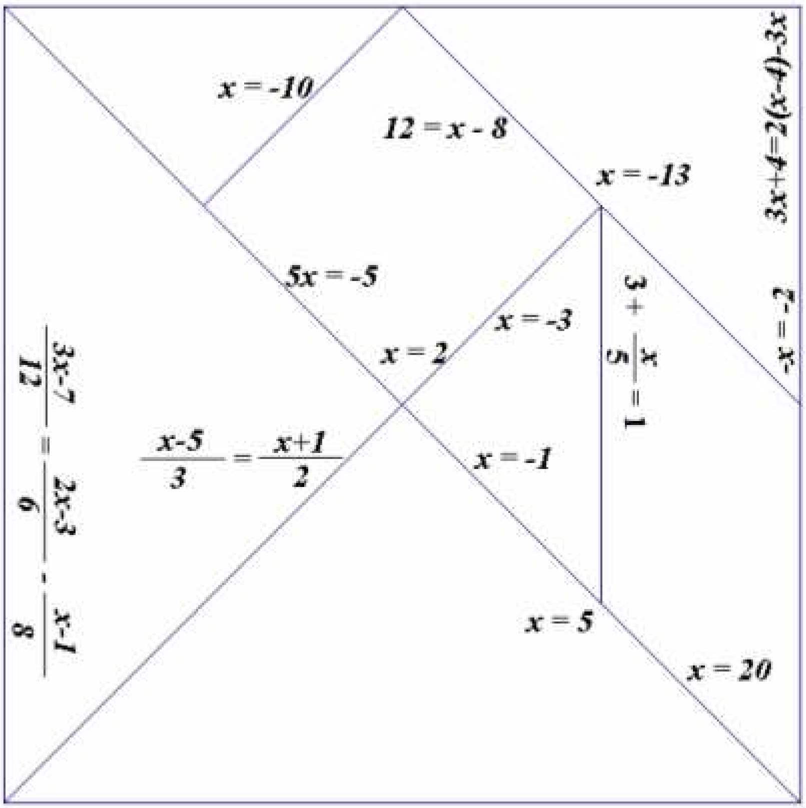
2.- ¿Existen ecuaciones de primer grado con una incógnita que no tengan solución?

En caso de que existan, escribe un ejemplo.

3.- ¿Existen ecuaciones de primer grado con una incógnita que tengan más de una solución (infinitas)?

¿Cómo se llaman estas ecuaciones? Escribe varios ejemplos.

4.- En el siguiente tangram aparecen ecuaciones de primer grado y sus soluciones. Une los lados de cada una de las piezas de forma que coincida la ecuación con su solución.



¿Qué figura has formado?

5.- Construye tu propio tangram de ecuaciones.

ACTIVIDAD Nº 14: Mosaico Hexagonal

1.- Construye un mosaico regular hexagonal. (Pide ayuda a tu profesor/a) ¿Qué elemento lo genera?

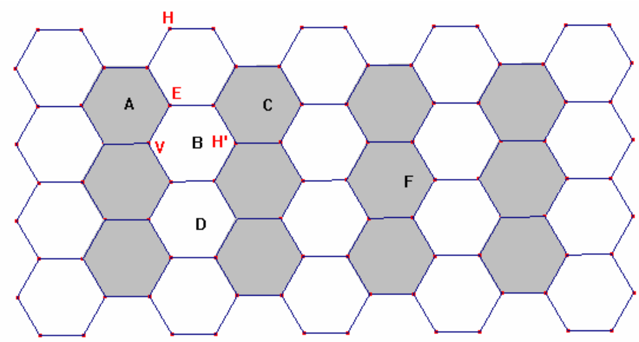
2.- Fíjate en cualquier vértice. ¿Cuántos polígonos concurren en él?

3.- Fíjate en los ángulos de cada vértice. ¿Son iguales? ¿Cuánto vale cada uno?

4.- Para que un mosaico se pueda formar con polígonos regulares, ¿cuánto deben sumar los ángulos que concurren en cada vértice?

5.- Desplaza el hexágono en el mosaico 6 cm a la derecha. ¿Qué ocurre? Haz este movimiento hacia abajo, hacia arriba, hacia la izquierda unas cuantas veces. ¿Qué observas?

6.- Observa el siguiente mosaico y contesta:



a) ¿Qué tengo que hacer para llevar la figura A hasta B?

b) ¿Qué movimiento tengo que hacer para llevar A hasta C?

c) ¿Qué tengo que hacer para llevar A hasta D?

d) Si giro B un ángulo de 120º tomando como centro V, ¿qué figura obtendríamos?

e) Observa el punto E. Aplícale los movimientos de los apartados anteriores y en cada caso, di en qué punto se convierte.

f) ¿Dónde tendrías que poner un espejo para obtener C a partir de F? ¿Cómo se llaman las figuras así obtenidas? ¿Cuál será el eje de simetría?

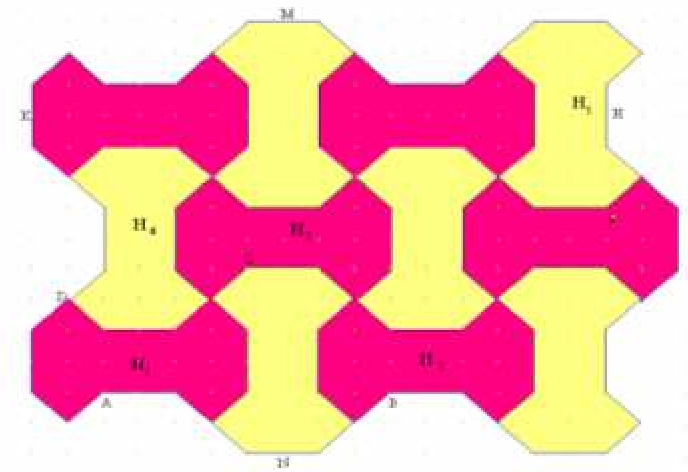
g) Tomando como centro E, ¿qué ángulo de giro necesito para llevar H a H'?

h) Escribe una traslación, una simetría y un giro que lleve D hasta C.

ACTIVIDAD Nº 15: Mosaico multihueso

1.- Construye un mosaico multihueso. (Pide ayuda a tu profesor/a) ¿Cuál es la figura generadora del mosaico?

2.- Coloca un papel transparente sobre el mosaico y dibújalo. Utiliza las letras colocadas para hacer los movimientos.



a) ¿Cómo debes mover el papel transparente para que el hueso H_1 coincida con el H_2?

b) ¿Y para que quede sobre el hueso H_3?¿Y para que coincida con el hueso H_4?

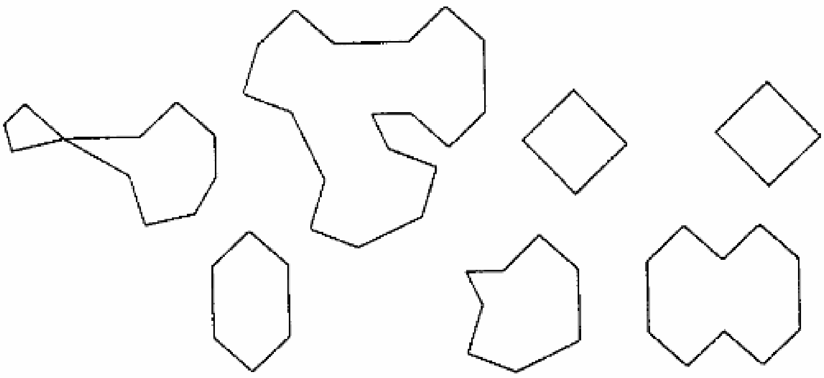
c) Busca un punto en el que hay que clavar un alfiler para que girando la trasparencia puedan intercambiarse las posiciones de los huesos azules y amarillos.

3.- ¿Dónde colocarías un espejo para que el mosaico se continúe en la imagen?

4.- Explica qué movimientos tendrías que hacer para que el hueso H_3 coincida con H_5?

5.- ¿Qué harías para llevar el punto B hasta P? Explícalo al menos de dos formas distintas.

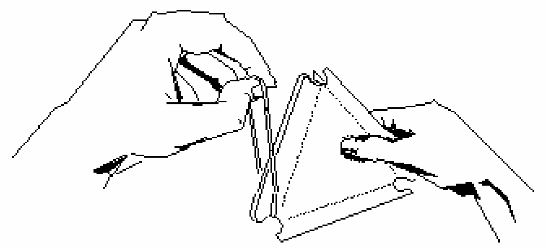
6.- ¿En qué posición deberías colocar el espejo para obtener las siguientes figuras?



ACTIVIDAD Nº 16: Construyendo Poliedros

Con el material PLOT podemos formar unos cuerpos denominados POLIEDROS.

Durante algunos minutos, maneja las piezas y aprende a engarzarlas.



Realiza las siguientes prácticas:

1.- Construye, en primer lugar, un poliedro familiar: el **CUBO**.

¿Qué figuras tienes que solicitar a tu profesor/a?

2.- Utilizando sólo triángulos equiláteros, forma otro poliedro: el **TETRAEDRO**.

3.- Utilizando sólo pentágonos regulares, construye el **DODECAEDRO**.

4.- Completa la siguiente tabla: (V= nº Vértices; A= nº Aristas; C= nº de Caras)

POLIEDRO	V	A	C
CUBO			
TETRAEDRO			
DODECAEDRO			

5.- Para contar, habrás utilizado alguna 'técnica'. Indícala en el caso del Cubo y del Dodecaedro.

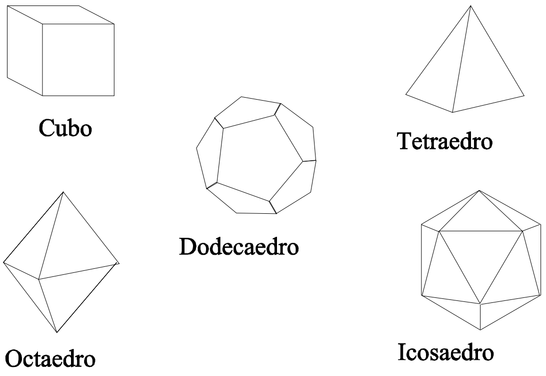
6.- Dibuja un **desarrollo plano** del tetraedro y otro del Dodecaedro (puedes 'abrir', si lo necesitas, los poliedros construidos).

7.- Dibuja varios desarrollos planos del Cubo, sin abrirlo.

8.- Seis cuadrados unidos por aristas forman un **hexaminó**. Todos los desarrollos del Cubo son hexaminós, pero no al revés. Dibuja un hexaminó que no sea desarrollo del Cubo.

ACTIVIDAD Nº 17: Los cinco Poliedros Regulares

1.- Construye los cinco poliedros regulares: Tetraedro, Octaedro, Cubo, Dodecaedro e Icosaedro.



2.- Cuenta, en cada poliedro, el número de Caras, Aristas y Vértices. Explica cómo los has contado.

3.- Se llama Orden de un Vértice al número de caras que concurren en él. Calcúlalo en cada poliedro.

4.- Completa la siguiente tabla:

POLIEDRO REGULAR	V	A	C	Orden del Vértice

5.- A la vista de la tabla, ¿encuentras alguna relación entre el número de Caras, Aristas y Vértices? Escríbela.

Dicha relación se llama Fórmula de Euler.

ACTIVIDAD Nº 18: Deltaedros

Se denominan deltaedros a los poliedros (convexos) construidos con triángulos equiláteros.

1.- Construye, con el material PLOT todos los deltaedros.

Una vez construidos busca en algún libro sus nombres.

2.- Completa la siguiente tabla: (V_3 es el nº de vértices de orden 3; V_4 es el nº de vértices de orden 4 y V_5-es el nº de vértices de orden 5)

DELTAEDRO	V	A	C	V_3	V_4	V_5

3.- ¿Qué puedes decir del número de caras?

4.- Los deltaedros pueden obtenerse unos de otros siguiendo un método. ¿De qué método se trata?

ACTIVIDAD Nº 19: Prismas, Pirámides y Bipirámides

1.- Completa la siguiente tabla:

BASE	PRISMAS			PIRÁMIDES			BIPIRAMIDES		
	C	A	V	C	A	V	C	A	V
Triangular									
Cuadrangular									
Pentagonal									
Hexagonal									
Heptagonal									
Base: 15 lados									
Base: *n* lados	V =			V =			V =		
	A =			A =			A =		
	C =			C =			C =		

2.- ¿Verifican los Prismas, Pirámides y Bipirámides la fórmula de Euler?

3.- Fórmulas en el Prisma:

Dos de las fórmulas siguientes son incorrectas. ¡Corrígelas!

Relación entre A y V: $\frac{A}{V} = \frac{2}{3}$

Relación entre A y C: 3C - A = 5

Relación entre C y V: 2C - V = 4

4.- Encuentra fórmulas análogas a las anteriores, para las Pirámides y las Bipirámides. Escríbelas.

Fórmulas para las Pirámides

Fórmulas para las Bipirámides:

ACTIVIDAD Nº 20: ¿Cuánto mide la torre de la iglesia de tu pueblo?

Esta actividad se realizará en grupos de tres alumnos/as. El material necesario para esta actividad consiste en un goniómetro, una cinta métrica, papel y bolígrafo:

1.- Elegir un lugar llano desde donde sea visible la torre (se recomienda un lugar cercano). ¿Ya lo habéis elegido? ¡Pues vamos a medir su altura!

2.- Colocar el soporte y trazar con tiza una línea recta que lo una con el pie del edificio.

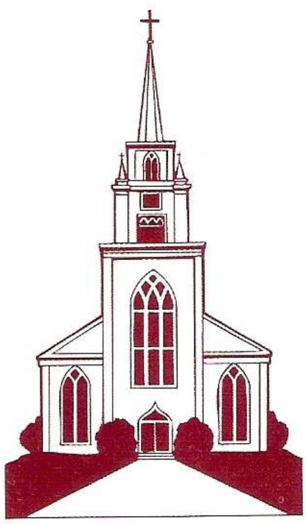
3.- Medir el ángulo que forma la horizontal con el punto más alto del edificio (A) a través de la mirilla.

4.- Retirar el goniómetro una distancia “a” de la torre en la dirección que marca la línea recta señalada con tiza anteriormente. Mide esta distancia “a”.

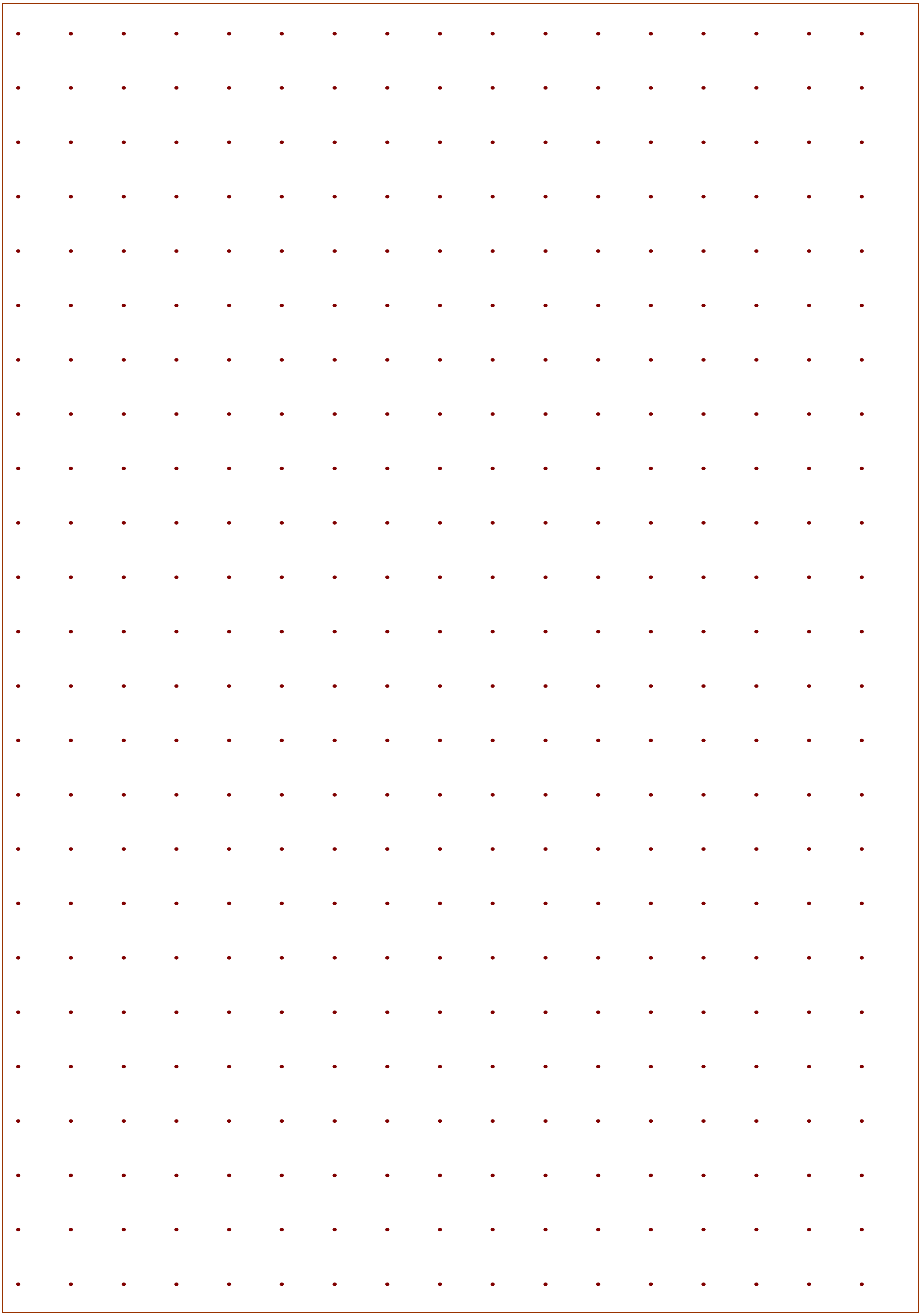
5.- Hacer desde aquí una segunda medición y obtener el ángulo B.

6.- Ya tenemos todos los datos necesarios para calcular la altura. Hacer una matematización del problema (un dibujo en el que intervengan triángulos rectángulos) y observar que la altura del teodolito también interviene.

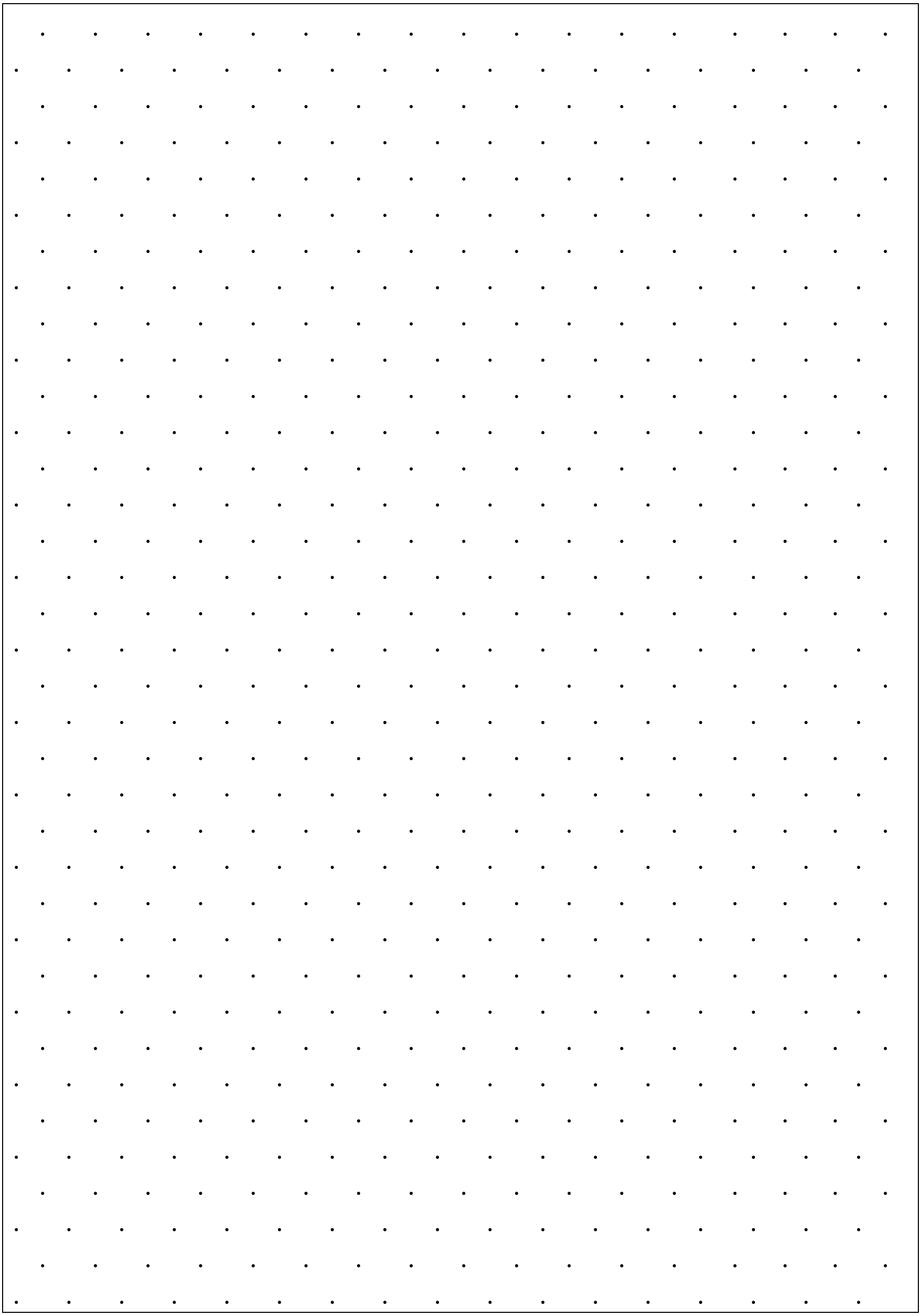
7.- Calcular la altura de la torre aplicando la tangente de un ángulo.



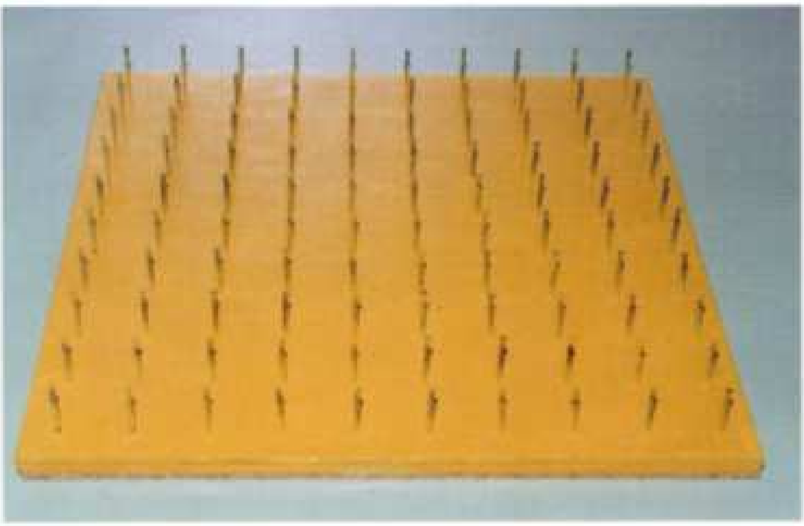
ANEXO I: Trama rectangular de 1 cm

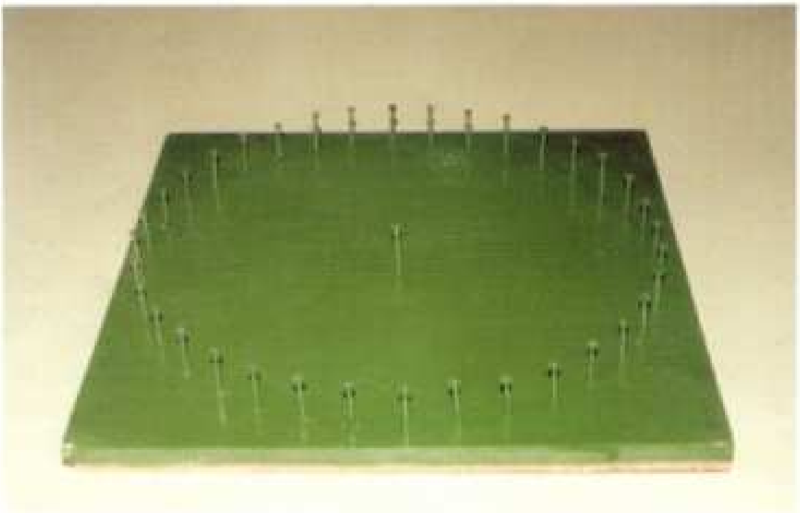


ANEXO II: Trama triangular de 1 cm.



ANEXO III: Geoplanos y Tangram





ANEXO IV: Policubos y Pentaminós