ACTIVIDADES – ANÁLISIS 2

ACTIVIDADES DE LÍMITES Y CONTINUIDAD

1.- Estudiar la continuidad de

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x}{e^x + 1} & \text{si } x \le 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

2.- Dibujar y estudiar la continuidad de la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} (\cos x) + 2 & \text{si } x \le 0 \\ (2/\pi)x + 1 & \text{si } 0 < x < (\pi/2) \\ (\operatorname{sen} x) + 1 & \text{si } (\pi/2) \le x \end{cases}$$

3.- Hallar **a** y **b** de modo que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 & \text{si } x \le 0 \\ \operatorname{sen}(b + x) & \text{si } 0 < x < \pi \\ \pi / x & \text{si } x \ge \pi \end{cases}$$

4.- Determinar los valores de **a** y **b** y el valor de f(0) para que la función f(x), que se define a continuación, pueda ser continua:

$$f(x) = \begin{cases} (\operatorname{sen}^2 x) / ax^2 & \text{si } x < 0 \\ bx^x & \text{si } 0 < x \le 1 \\ (x^2+x-1) / x & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

5.- Dadas las funciones f y g definidas en R por

$$f(x) = \frac{x + |x|}{2} \qquad g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

estudiar la continuidad de la función compuesta dada por $g \circ f$.

6.- ¿Se puede asignar un valor a f(0) para que la función definida por:

$f(x) = 1 - x \cdot \text{sen}(1/x)$ (para $x \neq 0$) sea continua en el punto $x = 0$?

7.- Estudia la continuidad de la función f: R ----→ R definida por:

$f(x) = |\, 2x - |\, 3 - 2x \,|\, |$ y represéntala gráficamente.

8.- ¿Se puede afirmar que la función $f(x) = x^3 + x^2 - 7x + 1$ corta al eje de abcisas en al menos un punto del intervalo (-1,0)? ¿Y del (0,1)?

9.- ¿Se puede afirmar que la ecuación $\text{sen}x + 2x - 1 = 0$ tiene al menos una raíz real? Si es así, hallar un intervalo en el cual se encuentre dicha raíz.

10.- Comprobar que la ecuación $x^2 = x \cdot \text{sen}x + \cos x$ posee alguna solución real en $[-\pi,\pi]$.

11.- Probar que la función $f(x) = \dfrac{6}{2 + \text{sen}x}$ alcanza el valor 4 en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$.

12.- Dada la función definida por $f(x) = x^3 + x^2 - \cos \pi x$ demostrar que existe un valor x=a positivo y menor que 2, que verifica f(a)=3. Obtener dicho valor x=a.

13.- Aplicar el teorema de Bolzano para probar que las gráficas de $f(x)=\log x$ y $g(x)=e^{-x}$ se cortan en algún punto y localizarlo aproximadamente.

14.- a) Prueba que la gráfica de la función f: R ----→ R definida por $f(x) = \dfrac{-x^5 - 4x + 2}{x^2 + 1}$ corta al eje OX en un punto del intervalo [0,2].

b) Contesta razonadamente si la gráfica de la función g, definida para $x \neq 1$ y $x \neq -1$ por $g(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 2}{x^2 - 1}$, corta al eje OX en algún punto del intervalo [0,2].