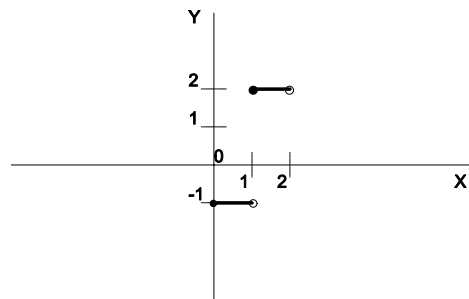


**ACTIVIDADES - ANÁLISIS 1**  
**ACTIVIDADES DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL**

1.- La figura adjunta representa la gráfica de una función  $y=f(x)$  en el intervalo  $[0,2)$ . Dibujar la gráfica de dicha función en el intervalo  $[-2,2)$  y determinar su expresión analítica en cada uno de los siguientes casos:

- a)  $f(x)$  es periódica de período 2.  
 b)  $f(x)$  es par.  
 c)  $f(x)$  es impar.



2.- A partir de las gráficas de las funciones

- a)  $y=\text{sen}|x|$  ; b)  $y=1+|\text{sen}x|$  ; c)  $y=|\text{sen}x|$  .

Indicar las simetrías de las funciones, si existen, y los períodos de las mismas.

3.- A partir de la función  $y=\text{sen}x$ , representar las funciones: a)  $y=\text{sen}2x$  ; b)  $y=3-\text{sen}3x$ .

¿Cuáles son sus períodos?

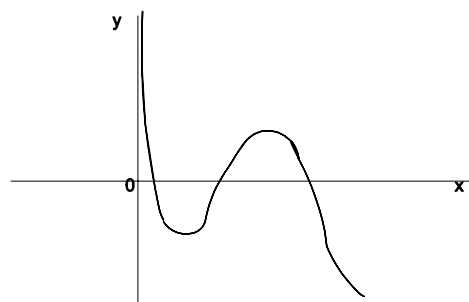
4.- Dibujar por traslación las gráficas de las funciones

- a)  $y=\text{sen}(x+\pi)$  ; b)  $y=\text{sen}(x-\pi)$  ; c)  $y=\cos(x+\pi)$  ; d)  $y=\cos(x-\pi)$  .

¿Cuáles son sus períodos?

5.- Este esquema representa el gráfico de la función  $y=f(x)$ .

- a) Hacer otro esquema que represente el gráfico de la función  $y=-f(x)$ .  
 b) Hacer otro esquema que represente conjuntamente los gráficos de  $y=f(x)$  y de  $y=2f(x)$ .



Explicar el fundamento para la construcción de estos esquemas.

6.- Conociendo la gráfica de la función  $f(x)=e^x$  explicar de una manera razonada, como se obtendría la gráfica de la función  $g(x)=3+f(x-1)$ . Realizar un dibujo aproximado de las dos gráficas.

7.- Un establecimiento de hostelería abre sus puertas a las nueve de la noche, sin ningún cliente, y las cierra cuando se han marchado todos. Se supone que la función que representa al número de clientes,  $C$ , en función del número de las horas que lleva abierto,  $h$ , es:  $C=80h-10h^2$ .

a) Determinar el número máximo de clientes que van una determinada noche al establecimiento.

b) Si deseamos ir cuando haya menos de 150 personas y más de 70, ¿entre qué horas debemos hacerlo?

c) Si deseamos ir cuando haya menos de 150 personas y más de 70 y, además queremos que durante nuestra estancia disminuya el número de clientes, ¿entre qué horas debemos hacerlo?

d) ¿A qué hora cierra?

$$8.- \text{ Sea la función } f(x) = \begin{cases} -x^2-8x-12 & \text{si } x \leq -2 \\ 0 & \text{si } -2 < x < 1 \\ \text{Ln } x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Se pide:

a) Dibujar la gráfica de  $f(x)$ .

b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función.

c) ¿Para qué valores de  $x \in \mathbf{R}$ , es  $f(x)$  positiva?

d) Obtener los valores de  $x \in \mathbf{R}$ , tales que  $f(x) = 0$ .

e) A partir de la gráfica de  $f(x)$  obtener razonadamente la de  $|f(x)|-4$ .

9.- El nivel de contaminación de una ciudad a las 7 de la mañana es de 20 partes por millón, y crece de forma lineal 15 partes por millón cada hora. Sea  $y$  la contaminación en el instante  $t$  después de las 7 de la mañana.

a) Hallar la ecuación que relaciona  $y$  con  $t$ .

b) Hallar el nivel de contaminación a las 5 de la tarde.

$$10.- \text{ Sea la función } f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 1 \\ -1/x & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Se pide:

- Representar  $f(x)$ .
- Estudiar la continuidad de  $f(x)$ .
- A partir de la gráfica de  $f(x)$  obtener la de  $|f(x)|$ .
- Estudia el crecimiento de  $f(x)$ .
- Determinar  $x$  para que  $f(x)=1$ .

11.-

$$\text{Sea } f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ |x^2 - 6x| & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- Representar gráficamente  $f(x)$ .
- A partir de la gráfica de  $f(x)$  obtener las de  $g(x)=f(x-1)$  y  $h(x)=|f(x)|$ .
- Estudiar razonadamente la continuidad de  $f(x)$ .
- Determinar, a partir de la gráfica de  $f(x)$ , los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Obtener  $f^{-1}(3)$ .

12.- Representar la función  $y=-\ln x^2$  estudiando su dominio, continuidad, máximos, mínimos e intervalos de crecimiento.

13.- Dibujar si es posible, la gráfica de una función  $f$  que verifique  $f(1)=2$ ,  $f(2)=3$ ,  $f(3)=4$  y que alcance en  $x=1$  y  $x=3$  sendos máximos relativos y en  $x=2$  un mínimo relativo.

14.- La temperatura  $T$  de una reacción química viene dada, en función del tiempo  $t$  (medido en horas), por la expresión

$$T(t) = 2t - t^2, \text{ para } 0 \leq t \leq 2 \text{ horas.}$$

¿Qué temperatura habrá a los 15 minutos (1/4 de hora)? ¿En qué momento volverá a alcanzarse esta misma temperatura? Hallar las temperaturas máxima y mínima y los momentos en que se producen.

$$15.- \text{ Sea } f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } -8 \leq x < -4 \\ x + 2 & \text{si } -4 \leq x < 2 \\ 8/x & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

Se pide:

- Representar  $f(x)$ .
- Estudiar la continuidad y crecimiento de  $f(x)$ .
- Obtener la gráfica de  $|f(x)|$ .
- Determinar  $f^{-1}(1)$ .

16.- Durante los treinta días consecutivos de un mes las acciones de una determinada compañía han tenido unas cotizaciones dadas por la función  $f(x) = 0,2x^2 - 8x + 100$ , donde  $x$  es el número de días transcurridos. Halla los días en que las respectivas acciones estuvieron en baja (bajando de precio) y los que estuvieron en alza. ¿Qué día del mes alcanzaron el valor máximo? ¿Y el valor mínimo?

17.- Supongamos que el rendimiento  $r$  en % de un alumno en un examen de una hora viene dado por  $r = 300t - 300t^2$ , donde  $0 \leq t \leq 1$  es el tiempo en horas. Se pide:

- ¿En qué momentos aumenta o disminuye el rendimiento?
- ¿En qué momento el rendimiento es nulo?
- ¿Cuándo se obtiene el mayor rendimiento y cuál es?

$$18.- \text{ Sea } f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 1 \\ -1/x & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Se pide:

- Representar  $f(x)$ .
- Estudiar la continuidad de  $f(x)$ .
- A partir de la gráfica de  $f(x)$  obtener la de  $|f(x)|$ .
- Estudia el crecimiento de  $f(x)$ .
- Determinar  $x$  para que  $f(x)=1$ .

19.- Dibujar la gráfica y escribir las ecuaciones de una función real que cumpla lo siguiente: sea continua en todos los puntos, sea lineal si  $x < -3$ , cuadrática en el intervalo cerrado  $[-3, 3]$  y tienda a 0 cuando  $x \rightarrow \infty$ .

20.- Supuesto conocidas las gráficas de las funciones  $\text{sen}(x)$ ,  $\text{cos}(x)$ ,  $\ln(x)$  y  $e^x$ , deducir las de las siguientes funciones razonando las respuestas:

a)  $f(x)=\text{sen}(x-2)$ ; b)  $f(x)=e^{x^2}$ ; c)  $f(x)=\ln|x|$ ; d)  $f(x)=\text{cos}^2(x)$ .

21.- Se considera la función definida a trozos

$$\begin{cases} 2x + 8 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } 0 < x \leq 5 \\ 3\ln(x) + 3 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

Razonando las respuestas, determinar:

- Los puntos de discontinuidad de la función.
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- Los máximos y los mínimos relativos.