EJERCICIOS PARA PRÁCTICAR EN NAVIDAD

Soluciones

1. **(2'5 puntos)** De la matriz $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se sabe que det(A)=4. Se pide:

a. **(1'25 puntos)** Halla det(-3A^t) y $\begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}$. Indica las propiedades que utilizas (A^t es la matriz traspuesta de A).

b. **(0'75 puntos)** Calcula det($A^{-1}\cdot A^t$).

c. **(0'5 puntos)** Si B es una matriz cuadrada tal que $B^3=I$, siendo I la matriz identidad, halla det(B).

2. **(2'5 puntos)** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} \lambda x+2y+6z=0 \\ 2x+\lambda y+4z=2 \\ 2x+\lambda y+6z=\lambda-2 \end{array}\right\}$$

a. **(1'75 puntos)** Discútelo según los valores del parámetro λ.

b. **(0'75 puntos)** Resuélvelo para λ=2.

3. **(2'5 puntos)** Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz X que cumpla la ecuación AXB=C.

4. **(2'5 puntos)** Considera la matrices

$$A=\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$$

a. **(1'25 puntos)** Halla, si existe, la matriz inversa de AB+C.

b. **(1'25 puntos)** Calcula, si existen, los números reales “x” e “y” que verifican

$$C\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=3\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

EJERCICIOS PARA PRÁCTICAR EN NAVIDAD

Soluciones

1.

a. Se debe recordar que "-3" multiplica todas las filas de A^t. Por ello, al calcular el determinante y extraer de cada fila un "-3", $\det(A^t)$ queda multiplicado por 9. Recordad que $\det(A^t)=\det(A)$. Teniendo todo esto en cuenta se obtiene que

$$\det(-3A^t)=36$$

Para la segunda parte se sacan 2 y -3 de las filas y se intercambian columnas, lo cual origina el factor multiplicativo 6. Por tanto, el determinante solicitado es igual a 24.

b. Se sabe que $\det(A^{-1})=1/\det(A)$; $\det(A^t)=\det(A)$. Por ello, aplicando la propiedad que indica que el determinante de un producto es el producto de los determinantes se obtiene que

$$\det(A^{-1}\cdot A^t)=1$$

c. Convirtiendo B^3 en un producto de tres factores, aplicamos la propiedad de los determinantes sobre los productos y obtenemos que $\det(B)=1$.

2.

a. Si $\lambda\neq+2,-2$, el sistema es compatible determinado. Si $\lambda=-2$, el sistema es incompatible. Si $\lambda=+2$, el sistema es compatible indeterminado.

b. (3-t,t,-1), con t un número real cualquiera.

3. **(2'5 puntos)** Sean las matrices

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix} \qquad B^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & -1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix} \qquad X=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 3 & -4 & -2\end{pmatrix}$$

4.

a. $$AB+C=\begin{pmatrix}-7 & -5\\ 10 & 8\end{pmatrix} \qquad (AB+C)^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{8}{6} & -\frac{5}{6}\\ \frac{10}{6} & \frac{7}{6}\end{pmatrix}$$

b. (x,y)=(t,-2t), con t un número real cualquiera.