# SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS APLICADAS
## SEPTIEMBRE 2007

### *OPCIÓN B*

### EJERCICIO 2

**a) (2 puntos)** Sea la función definida para todo número real x por $f(x)=ax^3+bx$. Determine a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1,1) que en ese punto la pendiente de la recta tangente es -3.

**b) (1 punto)** Si en la función anterior a=1/3 y b=-4, determine sus intervalos de monotonía y sus extremos.

## RESOLUCIÓN

**a)** Sea $f(x)=ax^3+bx$
Calculamos su derivada para comenzar

$$f'(x)=3ax^2+b$$

Apliquemos las hipótesis:

- Como su gráfica pasa por (1,1) debe ser f(1)=1, lo que implica que **a+b=1.**
- En el punto de abscisa x=1 la pendiente de la recta tangente es -3, es decir, f'(1)=-3. Sustituyendo nos quedaría que **3a+b=-3**.

Sólo nos queda resolver el sistema formado por ambas ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} a+b&=1 \\ 3a+b&=-3 \end{aligned}\right\}$$

Resolviendo el sistema obtenemos como soluciones:

$$\boxed{\begin{array}{c} a=-2 \\ b=3 \end{array}}$$

**b)** La función quedaría así $f(x)=\frac{1}{3}x^2-4x$ .

La función tendría como derivada:

$$f'(x)=x^2-4$$

Resolvemos la ecuación f'(x)=0, que nos da dos soluciones, x=±2.

Obtenemos los intervalos de monotonía y los extremos estudiando el signo que f'(x) tiene en cada uno de los intervalos determinados por las raíces de la derivada.

| Función | $(-\infty, -2)$ | (-2 , 3) | $(3, \infty)$ |
|---|---|---|---|
| f'(x) | + | - | + |
| | Creciente | Decreciente | Creciente |

Los signos de la derivada me determinan los intervalos de monotonía.

Respecto a los extremos relativos:

Como f(x) es una función continua por ser un polinomio, al pasar en x=-2 de creciente a decreciente tendremos ahí un máximo. Razonando de igual forma, se deduce que en x=2 hay un mínimo.

El máximo estará situado en el punto M(-2,f(2)), es decir, $M\left(-2, \frac{28}{3}\right)$

y el mínimo en el punto $m\left(2, -\frac{20}{3}\right)$

Por lo tanto, se obtiene lo siguiente como resultado final

La función es creciente en $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$
La función es decreciente en (-2 , 3).

La función tiene un máximo en $M\left(-2, \frac{28}{3}\right)$ .

La función tiene un mínimo en $m\left(2, -\frac{20}{3}\right)$ .