SELECTIVIDAD MATEMÁTICAS APLICADAS
SEPTIEMBRE 2007

OPCIÓN A

EJERCICIO 3-Parte 2

Se sabe que las puntuaciones de un test siguen una ley Normal de media 36 y desviación típica 4.8.

a) (1 punto) Si se toma una muestra aleatoria de 16 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que la media de esta muestra sea superior a 35 puntos?

b) (1 punto) ¿Qué porcentaje de muestras de tamaño 25 tiene una media muestral comprendida entre 34 y 36?

RESOLUCIÓN

a) La variable aleatoria asociada x es N(36,4.8).

Si se eligen muestras de 16 individuos, sabemos por el Teorema Central del límite que

$$\bar{x} \text{ es } N\left(36, \frac{4.8}{\sqrt{16}}\right)$$

$$\bar{x} \text{ es } N(36, 1.2)$$

donde $\bar{x}$ es la variable que me determina la media muestral.

Nos piden hallar $P(35 < \bar{x})$. Para calcularla tipificamos la variable aleatoria.

$$P\left(\frac{35-36}{1.2} < \frac{\bar{x}-36}{1.2}\right) = P(-0.83 < \bar{z}) \text{ con } \bar{z} \text{ normal } N(0,1)$$

$$P(-0.83 < \bar{z}) = P(\bar{z} < 0.83) = 0.7967$$

La probabilidad de que la media de una muestra sea superior a 35 puntos es 0.7967

b) En este caso es $\bar{x}$ es $N\left(36, \frac{4.8}{\sqrt{25}}\right)$, $\bar{x}$ es $N(36{,}0.96)$

Para hallar el porcentaje necesitamos calcular la siguiente probabilidad

$$P(34<\bar{x}<36)$$

De nuevo, tipificamos

$$P\left(\frac{34-36}{1.2}<\frac{\bar{x}-36}{1.2}<0\right)=P(-1.67<\bar{z}<0) \text{ con } \bar{z} \text{ normal } N(0,1)$$

$$P(-1.67<\bar{z}<0)=P(\bar{z}<0)-P(\bar{z}<-1.67)=P(\bar{z}<0)-P(\bar{z}>1.67)=¿$$

$$P(\bar{z}<0)-(1-P(\bar{z}<1.67))=0.5-(1-0.9525)=0.4525$$

El porcentaje de muestras que tienen una media muestral comprendida entre 34 y 36 es 45.25%