

# IDEAS QUE DESCONCIERTAN

Las paradojas son enunciados que se contradicen a sí mismos, o crean círculos viciosos o son autorreferentes. Han aparecido en las matemáticas, la literatura o la ciencia en todos los tiempos. La confusión a la que llevan a nuestro pensamiento las hace interesantes y divertidas. Pero son mucho más que simples pasatiempos. A raíz de algunas paradojas matemáticas se ha cuestionado el sistema lógico de esta ciencia o el edificio de la teoría de conjuntos. Resulta asombroso el profundo alcance que tienen enunciados sencillos y comprensibles por todos.

por Lolita Brain

## ¿QUÉ ES UNA PARADOJA?

Una **paradoja**, también una **antinomía**, se revela en una teoría cuando se demuestran dos sentencias contradictorias. No es un sofisma, es decir, no contiene errores ocultos que invaliden la sentencia. Las paradojas descubren deficiencias o insuficiencias en la teoría en la que aparece. Ésta puede ser por ejemplo la teoría de conjuntos, o la fundamentación de la aritmética o de la lógica. Para saber cuándo estamos ante un enunciado paradójico, lo que se hace es pensar que el planteamiento es verdadero. Si de esta premisa concluimos que el propio enunciado ha de ser falso estamos ante una paradoja. Fíjate en los siguientes ejemplos.

## LA PARADOJA DE EPIMÉNIDES

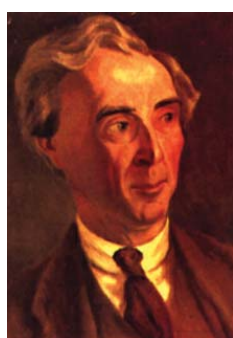
**Epiménides**, un cretense, enunció una frase muy simple pero controvertida: "*Todos los cretenses mienten*". ¿Es verdadera o falsa esta afirmación? Si fuera verdadera, él, que es cretense, mentiría al decirla y por tanto sus paisanos no mentirían. ¡Pero esto significaría que la frase es falsa! Esta es la contradicción. Esta paradoja tiene múltiples versiones equivalentes como la de **Eubúlides** (s. IV a.C.): "*La frase que estás leyendo es falsa*"; ¿es verdadera o falsa esta frase?



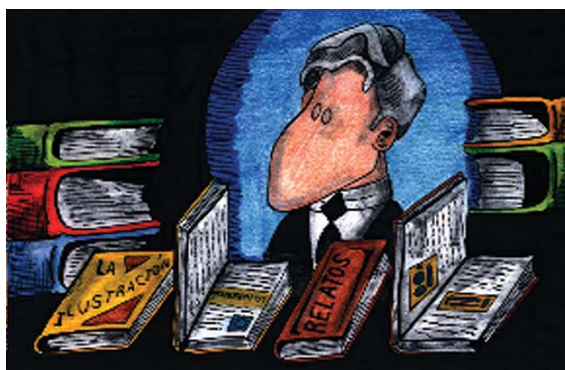
## LA PARADOJA DE RUSSELL

Si hay una paradoja famosa y **catastrófica**, es la que descubrió **Bertrand Russell** (y también **Zermelo**) a comienzos del siglo XX y que forzó una revisión completa de la fundamentación de la teoría de conjuntos. Russell comunicó el descubrimiento de su paradoja a Frege, arruinando por completo su recientemente acabada obra maestra sobre la construcción de los números. Una versión muy sencilla es como sigue: entre los libros de una biblioteca, algunos son catálogos, es decir, incluyen las referencias de otros libros. Algunos de estos índices, como un "catálogo de catálogos", se incluyen a sí mismos. Un "catálogo de libros de poesía" no se incluye a sí mismo porque él no es un libro de poemas, sino un

índice. El bibliotecario quiere confeccionar un nuevo catálogo que llama *El Supercatálogo*, que incluya la lista de los catálogos que no se incluyen a sí mismos, como por ejemplo un catálogo de libros de poesía. Pues la paradoja aparece al responder a la pregunta siguiente: ¿*El Supercatálogo* debe incluirse o no en sí mismo?



BERTRAND RUSSELL  
(1872-1970)



## LA TARJETA PARADÓJICA

Esta es otra versión de la paradoja de Epiménides. Si es cierto lo que está escrito en la cara A, por tanto el texto de la cara B es falso; significa que la frase "lo que pone en la otra cara es verdadero" es incierta y por tanto que la cara A dice la mentira. Esto es exactamente lo contrario de nuestra premisa. Si empiezas el razonamiento por la cara B, llegarás de nuevo a una contradicción.



cara A



cara B

"...la mayoría de las paradojas alimentan durante décadas y a veces siglos el pensamiento lógico."  
NICOLAS BOURBAKI

## ¡HASTA EN 'EL QUIJOTE'!

Incluso en *El Quijote* (capítulo LI *Del progreso del gobierno de Sancho Panza...*) nos encontramos con una paradoja. Siendo Sancho Panza gobernador de la insula Barataria le fue ofrecido por un forastero el siguiente caso para someterlo a su juicio: un río dividía un señorío y los jueces estimaron hacer jurar a los que pasaran por él el lugar y el asunto de su visita. Si el viajero decía la verdad se le dejaba pasar. Si faltaba a su



juramento era colgado en la horca. Un día "[...] tomando juramento a un hombre, juró y dijo que por el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba y no a otra cosa." Repararon los jueces en el juramento y no supieron si dejarle pasar o ahorcarlo ya que si moría ahorcado habría dicho

la verdad y por tanto era injusto matarle, pero si se le dejaba pasar faltaba a su juramento y debería morir. La solución de Sancho puedes leerla en *El Quijote*.

## EL PROBLEMA DEL BARBERO

El barbero de un pueblo **sólo afeita a los habitantes de su pueblo que no se afeitan a sí mismos**. ¿Quién afeita al barbero? Esta paradoja data de 1918 y es una versión cotidiana de la paradoja de Russell. El problema se soluciona con tal de aceptar que ese barbero no puede existir. La diferencia con la de Russell es que ésta cuestiona lo que se puede o no definir en matemáticas.

