

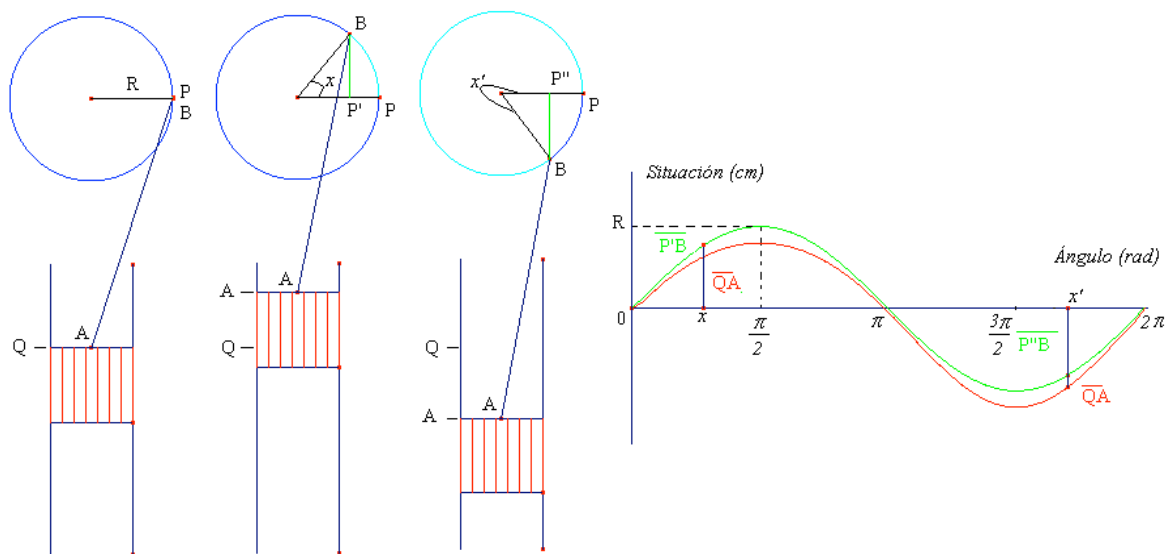
## FUNCIONES PERIÓDICAS

### Actividad:

La gráfica de  $f(x)$  es la curva que representa la situación del punto B al moverse sobre la circunferencia, respecto del eje que pasa por el centro de ella y el punto P.

La gráfica de  $g(x)$  describe el movimiento de la parte superior del pistón al moverse el punto B sobre la circunferencia.

El movimiento se repite después de dar el punto B una vuelta a la circunferencia.



Durante la primera vuelta:

- ¿En qué instante el pistón se encuentra en el punto más alto? ¿Y más bajo?
- ¿En qué momentos empieza a subir el pistón y en cuáles a bajar?
- ¿Qué ocurre en la gráfica cuando el punto B empieza la segunda vuelta a la circunferencia?

### Solución:

a) Durante la primera vuelta el pistón se encuentra en el punto más alto cuando B ha recorrido un cuarto de circunferencia, es decir cuando  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Se encuentra en el punto más bajo cuando B ha recorrido tres cuartos de circunferencia, es decir cuando  $x = \frac{3\pi}{2}$ .

b) Cuando el “rotor” está subiendo al punto B, éste obliga al émbolo a subir. Por tanto el intervalo de crecimiento de  $g(x)$  coincide con el de  $f(x)$ , es decir es  $(0, \frac{\pi}{2})$ . Es decreciente en  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  y vuelve a crecer en  $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ . Esta secuencia se repite.

c) Cuando B empieza la segunda vuelta a la circunferencia, sigue exactamente el mismo recorrido que en la primera vuelta, por tanto, el trazado de la gráfica vuelve a repetirse. El punto A se ve obligado a deslizarse verticalmente y también sigue exactamente el mismo recorrido.

Aunque en el dibujo, en la segunda vuelta, B vuelve a pasar por los mismos puntos, el ángulo  $x$ , en dos posiciones “similares”, se diferencia en  $2\pi$  radianes.

Las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  son **funciones periódicas** de período  $2\pi$ .

La función  $f(x)$  es **periódica** de **período  $T=2\pi$** , porque para cualquier valor de la variable independiente  $x$ , se verifica que  $f(x+2\pi)=f(x)$ .

### Propuesta:

Completa las gráficas sabiendo que son periódicas de período T.

